

DER PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE. BAND XVII.I. *Ueber die Verdunstung der Flüssigkeiten, insbesondere des Quecksilbers, im luftleeren Raume;*
von H. Hertz.

Verdunstet eine Flüssigkeit in einem Gase, dessen Druck grösser ist als der Druck des gesättigten Dampfes der Flüssigkeit, so ist der Dampf in der Nähe der Oberfläche beständig dem Sättigungszustand ausserordentlich nahe, und die Geschwindigkeit, mit welcher die Verdunstung erfolgt, ist in erster Linie bedingt durch die Geschwindigkeit, mit welcher der entstehende Dampf abgeführt wird. Die Entfernung des Dampfes aber erfolgt, wenigstens durch die der Oberfläche nächsten Schichten, auf dem Wege der Diffusion. Von dieser Vorstellung ausgehend, hat man die Verdunstung einer Flüssigkeit in einem Gase häufig in Betracht gezogen. Hingegen hat man bisher, wie es scheint, noch keine Aufmerksamkeit den Bedingungen geschenkt, welche die Verdunstungsgeschwindigkeit in einem Raume regeln, in welchem sich ausser der Flüssigkeit nur deren eigener Dampf befindet. Gerade in diesem Sinne aber soll von der Verdunstung in vorliegendem Aufsatze die Rede sein. Zunächst ist auch im luftleeren Raume die Verdunstung mitbedingt durch die Geschwindigkeit, mit welcher der gebildete Dampf entweichen kann, insofern dies Entweichen durch die innere Reibung unter Umständen sehr verlangsamt wird, aber offenbar ist diese Bedingung eine sehr unwesentliche. Denn denken wir uns die Verdunstung geschehend zwischen zwei ebenen parallelen Flüssigkeitsflächen, so könnte um ihretwillen die Verdunstung mit unendlicher Geschwindigkeit erfolgen. Sodann kann man die Geschwindigkeit, mit welcher der Flüssigkeitsoberfläche Wärme zugeführt wird, angeben

als Bedingung der Verdunstung. Allerdings wird im statio-nären Zustande genau eine solche Menge von Flüssigkeit verdunsten, dass deren latente Wärme gleich der zugeführten Wärme ist, aber diese Auskunft ist eine unvollständige, denn man kann mit demselben Rechte auch umgekehrt die Wärmezufuhr als bedingt ansehen durch die Verdunstung. Beide nämlich hängen ab von der Temperatur der äussersten Oberfläche, diese aber wiederum ist bedingt durch das Verhältniss der möglichen Wärmezufuhr durch Leitung und der möglichen Wärmeabfuhr durch Verdunstung. Zweierlei kann nun nur der Fall sein: entweder a) die Verdunstung ist wenigstens an keine andere Grenze gebunden, als diejenige, welche durch die Wärmezufuhr gesteckt ist, und es kann von einer gegebenen Oberfläche in der Zeiteinheit bei hinreichender Wärmezufuhr eine unbegrenzte Menge von Flüssigkeit abdunsten, ohne dass Temperatur, Dichte und Druck des abziehenden Dampfes sich merklich von denen des gesättigten Dampfes unterschieden: dann müssen alle in demselben Raume befindlichen Flüssigkeitsoberflächen die gleiche Temperatur annehmen, und diese Temperatur sowohl als auch die verdunstenden Flüssigkeitsmengen sind bedingt durch das Verhältniss der möglichen Wärmezufuhr zu den ver-schiedenen Oberflächen; oder b) es kann von einer Flüssigkeitsoberfläche von gegebener Temperatur nur eine begrenzte Menge Flüssigkeit abdunsten; dann können in demselben Raume Oberflächen von verschiedener Temperatur bestehen und Druck und Dichte des übergehenden Dampfes müssen von Druck und Dichte des gesättigten Dampfes mindestens einer dieser Oberflächen um ein Endliches verschieden sein; die Geschwindigkeit der Verdunstung hängt ab ausser von einer Reihe von Nebenbedingungen in erster Linie von der Natur der Flüssigkeit, es bestände dann also für jede Flüs-sigkeit ein specifisches Verdunstungsvermögen. Es ist er-sichtlich, dass die Alternative a) als ein Grenzfall derjenigen von b) betrachtet werden kann, und dass also ohne Hypo-these oder Belehrung durch die Erfahrung nur die letztere allgemeinere als richtig kann angenommen werden; weiter unten wird aber eine genauere Ueberlegung zeigen, dass die

erstgenannte Alternative sogar als äusserst unwahrscheinlich bezeichnet werden kann.

In der Absicht, eine experimentelle Entscheidung zwischen den beiden genannten Alternativen herbeizuführen, womöglich durch die exakte Messung des Verdunstungsvermögens für irgend eine Flüssigkeit unter verschiedenen Bedingungen, habe ich eine Reihe von Versuchen über die Verdunstung im luftleeren Raume ausgeführt, welche indessen ihr Ziel nur theilweise erreicht haben. Nichtsdestoweniger beschreibe ich dieselben hier, da sie geeignet sind, das Problem, um welches es sich handelt, klarer zu legen und vielleicht den Weg zu besseren Methoden zeigen können. Diese Beschreibung folgt unter I, unter II knüpfe ich daran eine Reihe von Ueberlegungen, welche die zu Grunde liegende Vorstellung rechtfertigen und wenigstens Grenzen für die in Betracht kommenden Grössen feststellen sollen.

I. Bei den Versuchen ging ich von der Annahme aus, dass die Geschwindigkeit der Verdunstung von einer Oberfläche jedenfalls bestimmt sei durch die Temperatur der Oberfläche und den Druck, welchen der entweichende Dampf auf sie ausübt. Im Verlaufe der Untersuchung kamen mir Zweifel, nicht ob jene beiden Grössen nothwendige, sondern ob sie auch die hinreichenden Bedingungen für die Menge der verdunstenden Flüssigkeit seien; aus den Betrachtungen in II wird man sehen, dass dieser Zweifel ungerechtfertigt ist. Ich stellte mir also die nähere Aufgabe, für irgend eine Flüssigkeit zusammengehörige Werthe der Temperatur t einer Oberfläche, des Druckes P auf sie und der Höhe h der in der Zeiteinheit abdunstenden Flüssigkeitsschicht zusammenzustellen. Die Schwierigkeit, welche die Lösung dieser scheinbar einfachen Aufgabe hat, besteht in der Bestimmung von t und P . Ist die Verdunstung auch nur eine mässige, so sind doch schon sehr grosse Wärmemengen nöthig, um sie zu unterhalten, dieser Umstand hat zur Folge, dass die Temperatur von der Oberfläche aus ins Innere reissend zunimmt, taucht daher ein Thermometer auch nur ein wenig in die Flüssigkeit ein, so zeigt es schon nicht mehr die wahre Oberflächen-temperatur. Es ergeben ferner die Versuche, dass bei

mässiger Verdunstung die Abweichung des Druckes vom Druck des gesättigten Dampfes jedenfalls sehr klein ist; da es gerade auf diese Abweichung ankommt, so folgt, dass beide Drucke sehr genau gemessen werden müssen. Endlich befinden sich die Flüssigkeiten im Innern bei diesen Versuchen nothwendigerweise im überhitzten Zustande; da nun stossweises Sieden die Versuche unmöglich machen würde, so ist man auf ein sehr enges Gebiet von Temperatur und Druck beschränkt.

Ich übergehe die Versuche, welche ich mit Wasser anstellte, da ich bald bemerkte, dass das Wasser wegen seiner grossen latenten Wärme und seines geringen Leitungsvermögens wenig geeignet für mein Vorhaben sei. Als die geeignetste Flüssigkeit erschien das Quecksilber, welches mit einer relativ kleinen latenten Wärme ein metallisches Leitungsvermögen verbindet und außerdem wegen des geringen Druckes seines Dampfes und seiner grossen Cohäsion die Fähigkeit besitzt, starke Ueberhitzungen ohne Sieden zu ertragen. Die ersten Versuche wurden in dem in Fig. 1 dargestellten Apparat ausgeführt. In die Retorte *A*, welche sich inmitten eines Heizkastens befand, war ein oben offenes, unten geschlossenes Glasrohr eingeschmolzen, in welchem inmitten des Quecksilbers und dicht unter der Oberfläche desselben das die Temperatur angebende Thermometer sich befand, die Vorlage *B* bestand in einer Röhre, welche in einem grösseren Kühlgefäß auf 0° oder auf einer anderen Temperatur erhalten werden konnte. Aus dem Apparat waren durch gleichzeitige Benutzung einer Quecksilberluftpumpe und starken Auskochens alle messbaren Spuren von Luft entfernt. Die Geschwindigkeit der Verdunstung wurde nun gemessen durch die Geschwindigkeit, mit welcher das Quecksilber im Rohre *B* stieg, der Druck *P* sollte gar nicht direct gemessen werden, sondern einer häufig ausgespro-

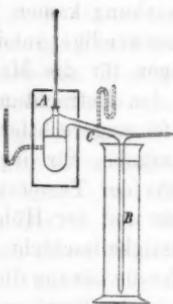


Fig. 1.

pumpe und starken Auskochens alle messbaren Spuren von Luft entfernt. Die Geschwindigkeit der Verdunstung wurde nun gemessen durch die Geschwindigkeit, mit welcher das Quecksilber im Rohre *B* stieg, der Druck *P* sollte gar nicht direct gemessen werden, sondern einer häufig ausgespro-

chenen Anschauung folgend, glaubte ich, dass derselbe nicht grösser als der Druck des gesättigten Dampfes sein könnte, welche der niederen Temperatur der Vorlage entsprach, und dass also nur letztere Temperatur zu ändern sein würde, damit der Druck verschiedene und bekannte Werthe annehme. Die Irrigkeit dieser Annahme wurde bald klar, denn wenn die Temperatur anfing, 100° zu überschreiten, und die Verdunstung einigermassen beträchtlich wurde, condensirte sich der Dampf keineswegs in dem kalten Rohre *B*, sondern in dem Verbindungsrohr, etwa bei *C*, und erhielt dasselbe so stark, dass es nicht mehr berührt werden konnte, jedenfalls höher als auf 60 bis 80° . Dies ist unverständlich, wenn man annimmt, dass der Dampf den äusserst geringen Druck besessen habe, welcher dem gesättigten Dampfe von 0° zukommt, er hätte dann durch Berührung mit einer Fläche von 60° nur überhitzt und keineswegs zur Condensation veranlasst werden können. Um nun den Druck des Dampfes zu bestimmen, brachte ich bei *C* das in der Zeichnung angedeutete Manometerrohr an. Aber dasselbe zeigte bei wachsender Geschwindigkeit der Verdunstung keine Aenderung seines anfänglichen Standes. Es war indess zu beachten, dass der Dampf jedenfalls eine gewisse Geschwindigkeit besitzen müsse, dass daher auch sein Druck auf die Oberflächen, aus welchen er entsprang, und in welche er einmündete, ein anderer sein müsse als derjenige, welchen er in sich selber besass. Dass seine Geschwindigkeit sogar eine recht beträchtliche war, darauf deutete die Erscheinung selbst hin, denn wenn die sich an der Glaswand absetzenden Quecksilbertröpfchen eine gewisse Grösse erreichten, fielen sie nicht, ihrer Schwere folgend, senkrecht ab, sondern wurden fast parallel der Richtung der Röhre abgerissen. Um nun zu sehen, ob der Dampf auf die verdunstende Fläche einen Druck ausübe (auf welchen Druck es schliesslich hier ankam), schmolz ich jetzt das Manometerrohr bei *A* in der durch die Figur angedeuteten Weise an, derart, dass die Retorte selbst den offenen Schenkel darstellte. Hier nun erhielt ich einen sehr bemerklichen Druck, nämlich beispielsweise 2 bis 3 mm, wenn das Thermometer 160 bis 170° zeigte

und gleichzeitig eine Schicht von ca. 0,8 mm in der Minute abdunstete. Hiernach lag kein Widerspruch mehr darin, dass der Dampf bei seiner Condensation eine 100° überschreitende Temperatur hervorbrachte, aber es war klar, dass die versuchte einfache Methode nicht zum Ziele führe, sondern dass directe Druckmessungen erforderlich seien. Es wurde deshalb der Apparat Fig. 2 benutzt.

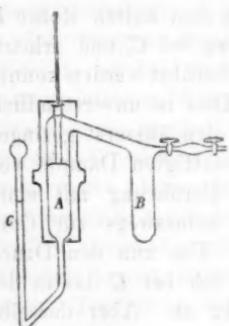


Fig. 2.

A ist wieder das wie früher eingerichtete Retortenrohr, der in der Zeichnung nur angedeutete Heizkasten, welcher gleichzeitig das Glasgefäß trägt, besteht aus einem die Retorte eng umschliessenden, mit einer Asbesthülle umgebenen Hohlzylinder von Messing, welcher $1\frac{1}{2}$ cm Wandstärke hat, durch einen Kranz kleiner Gasflammen erhitzt wird und einen senkrechten Schlitz besitzt, durch welchen hindurch das Niveau des Quecksilbers genau erkennbar bleibt. *B* ist wieder die Vorlage; hinzu kommt gegen früher das Manometerrohr *C*, welches in der Zeichnung perspektivisch dargestellt ist.

Dem Fernrohr des beobachtenden Kathetometers war eine solche Vergrösserung gegeben, dass auf $\frac{1}{50}$ mm sicher eingestellt werden konnte. Der Unterschied der beiden Niveaus, d. h. der Druck wurde mittelst eines Ocularschraubenmikrometers mit zwei Fäden gemessen, die absolute Höhe des Niveaus zu verschiedenen Zeiten, d. h. die Verdunstungsgeschwindigkeit wurde an der Scala des Instruments abgelesen. Die Temperatur wurde durch verschiedenen Gaszufluss variiert, bei gleichen Temperaturen wurden verschiedene Drucke dadurch möglich gemacht, dass in den Apparat, welcher anfangs völlig luftfrei war, kleine und verschiedene Mengen Luft eingeführt wurden. Betrug der Druck der eingeführten Luft etwa 1 mm, so konnte keine Verdunstung in unserem Sinne eintreten, bis nicht der Druck des über der Oberfläche gesättigten Dampfes grösser als 1 mm war, d. h. bis nicht die

Temperatur der Oberfläche 120° überstieg, überstieg aber die Temperatur dieses Maass, so wich die Luft in die Vorlage zurück, und es trat Verdunstung ein, aber nun natürlich unter grösserem Druck als vorher bei gleicher Temperatur in dem luftleeren Apparat.¹⁾ Was nun die drei zu messenden Grössen h , P und t anlangt, so hatte die Bestimmung der ersten keinerlei Schwierigkeit; die Bestimmung der zweiten P machte allerdings ausser der genauen Messung des Niveauunterschiedes noch die Kenntniss sehr grosser Correctionen wegen der Ausdehnung des Quecksilbers u. s. w. nothwendig, welche die zu messende Grösse theilweise bedeutend übertrafen, aber diese Correctionen konnten durch eine sorgfältige Anwendung der Theorie und durch besondere Versuche soweit ermittelt werden, dass die schliesslichen Drucke auf etwa 0,1 mm sicher waren, und dass die bleibende Unsicherheit den Werth wenigstens eines grossen Theils der Beobachtungen nicht schädigte. Am unsichersten war die Bestimmung von t ; ich glaubte annehmen zu dürfen, dass die wahre mittlere Temperatur der Oberfläche nur um wenige Grade verschieden sein könne von derjenigen Temperatur, welche das Thermometer anzeigt, wenn das obere Ende seines beiufig 18 mm langen Gefässes gerade in die Oberfläche fiel, und dass jene eher etwas höher als diese sein müsse, indem ich mir vorstellte, dass die Wärmezufuhr zur Oberfläche in überwiegendem Maasse durch die ersichtlich schnellen Strömungen erfolge, und dass diese Strömungen an der erhitzen Aussenwand aufwärts, dann dicht an der Oberfläche entlang, endlich abgekühlt am Thermometerrohr abwärts führen müssten. War diese Vorstellung gerechtfertigt, so befand sich dass Gefäss des Thermometers an der kältesten Stelle, welche sich in der Flüssigkeit überhaupt vorfand.

Mit dem beschriebenen Apparat habe ich eine grosse Zahl von Versuchen angestellt bei Temperaturen, welche

1) Da sich also während der Beobachtung in der Retorte und im Verbindungsrohr keine Luft befand, so bietet die Einführung der letzten keinen Einwurf dar gegen die Ueberschrift, unter welcher diese Versuche beschrieben sind, welche Ueberschrift übrigens nur der Kürze halber an die Stelle einer präziseren gesetzt worden ist.

zwischen 100 und 200° lagen und bei neun verschiedenen Drucken, d. h. bei neun verschiedenen Füllungen mit Luft. Die Einzelbeobachtungen zeigten natürlich manche Unregelmässigkeiten; waren indess constante Fehler nicht vorhanden, so ergab sich unzweifelhaft das folgende Resultat: Der beobachtete Druck P war allemal kleiner, als der Druck P_t des der Temperatur t zugehörigen gesättigten Dampfes; bei gleicher Temperatur war die Höhe der in der Zeiteinheit abdunstenden Schicht der Differenz $P_t - P$ proportional; für einen Werth dieser Differenz von 1 mm Quecksilber betrug die Höhe der sich in einer Minute verflüchtigenden Schicht bei 120° etwa 0,5 mm, bei 150° etwa 0,35 mm, bei 180 bis 200° etwa 0,25 mm. Als Beispiel mag derjenige Fall angeführt werden, welcher die grösste überhaupt beobachtete Verdunstungsgeschwindigkeit zeigte, in diesem Falle war das Gefäss völlig luftleer, die Temperatur betrug 183,3°, der Druck 3,32 mm, und es sank der Spiegel des Quecksilbers gleichmässig um 1,80 mm in der Minute. Da nun der Druck des gesättigten Dampfes¹⁾ bei 183,3° gleich 10,35 mm, bei 153,0° hingegen gleich 3,32 mm ist, so muss man einen Fehler in der Druckmessung von 7 mm oder in der Temperaturmessung von 30° annehmen, wenn man nicht die Existenz einer begrenzten, der Flüssigkeit eigenthümlichen Verdunstungsgeschwindigkeit als bewiesen ansehen will. Der erstgenannte Fehler war unmöglich, der letztgenannte schien wenigstens so. Indessen konnte ich mir nicht verhehlen, dass die Resultate, als quantitative betrachtet, sehr unsicher seien, und ich versuchte deshalb, dieselben durch andere Versuche zu stützen. Zu dem Ende stellte ich Beobachtungen mit dem Apparat an, welcher in Fig. 3 dargestellt ist. Das manometerartige, völlig luftleere Glasgefäß A befindet sich in einem Heizkasten von dickem Gusseisen im Paraffinbade, das Niveau des Quecksilbers in beiden Schenkeln ist durch eine ebene Glasplatte von aussen zu beobachten. Der offene Schenkel communicirt mit der kalten Vorlage B , das Verbindungs-

1) Wegen aller Angaben, welche in der vorliegenden Arbeit über den Druck des gesättigten Quecksilberdampfes gemacht werden, verweise ich auf die gleich folgenden Bestimmungen.

rohr ist nicht allzu dick, damit die Verdunstung eine langsame sei, die kleine Vorlage innerhalb des Heizgefäßes soll verhindern, dass condensirtes Quecksilber in das Retortenrohr zurückfliesst. Die Beobachtung der Verdunstungsgeschwindigkeit hat nun keine Schwierigkeit, ebensowenig die des Druckes, wenigstens insofern man den Druck des gesättigten Dampfes im geschlossenen Schenkel als bekannt ansieht, die Unsicherheit liegt wieder in der Bestimmung der Temperatur der verdunstenden Oberfläche. Diese Temperatur ist gleich derjenigen des Bades, vermindert um eine Correction, welche für denselben Apparat nur Function des zur Oberfläche führenden Wärmestromes ist. Aus der bekannten Verdunstungsgeschwindigkeit ergibt sich die nothwendige Wärmezufuhr, hieraus kann wieder die Temperaturdifferenz gefolgert werden, falls genannte Function bestimmt ist. Zur Ermittelung der letzteren wurden besondere Versuche angestellt, die durch Fig. 3, erläutert werden. Einem Stücke desselben Rohres, aus welchem das Manometer gefertigt war, wurde an seinem unteren Ende die Gestalt des Manometerschenkels gegeben und dasselbe ebensoweit wie das Manometerrohr mit Quecksilber gefüllt; über das Quecksilber kam eine Schicht Wasser von ca. 10 cm, in welcher sich ein Thermometer und ein Rührer befand. Dies Rohr wurde bis zum Niveau des Quecksilbers in ein etwas erwärmtes Leinölbade getaucht, dessen Temperatur ein zweites Thermometer angab. Es trat dann bald ein stationärer Wärmestrom vom Bad durch das Quecksilber zum Wasser ein, die Differenz der beiden Thermometer gab die Differenz zwischen den Temperaturen des Bades und derjenigen der Quecksilberoberfläche, das Wachsthum der Temperatur gab den zugehörigen Wärmestrom. Selbstredend war eine Reihe von Correcturen nothwendig, nach Anbringung derselben ergab sich, dass der Wärmestrom etwas schneller wuchs als die Temperaturdifferenz, und dass beispielsweise eine Diffe-

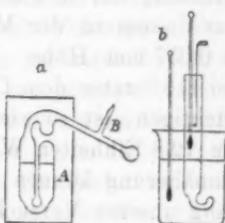


Fig. 3.

renz von $10,0^\circ$ nothwendig war, um der Oberfläche in der Minute eine Wärmemenge zuzuführen, mit welcher eine über der Oberfläche stehende Schicht Wasser von 117 mm Höhe um $0,48^\circ$ erwärmt werden konnte. Diese Angabe will ich benutzen, um einen mit dem Verdunstungsapparat angestellten Versuch zu berechnen. Es wurde gefunden, dass bei einer Temperatur des Bades von $118,0^\circ$, bei einer Niveaudifferenz von 0,26 mm in 3,66 Minuten das Quecksilber in jedem der beiden Schenkel um 0,105 mm (als Mittel aus den Messungen an beiden Schenkeln) sank. Da die Verdunstung nur in einem Schenkel stattfand, so entfernte sich aus diesem in der Minute eine Schicht von $2 \times 0,105 / 3,66 = 0,057$ mm Höhe. Um eine Gewichtseinheit Quecksilber bei 118° unter dem Drucke des gesättigten Dampfes zu verflüchtigen, ist so viel Wärme nöthig, wie erforderlich ist, um 72,8 Einheiten Wasser um 1° zu erwärmen. Mit grosser Annäherung können wir diesen Werth auch für die Berechnung unseres Versuches anwenden, es musste darnach während desselben der Oberfläche in der Minute so viel Wärme zugeführt werden, dass damit eine Wasserschicht von $0,057 \times 13,6 \times 72,8 = 56,4$ mm Höhe um 1° , oder dass eine Wasserschicht von 117 mm Höhe um $56,4 / 117 = 0,48^\circ$ hätte erwärmt werden können. Nach dem Vorigen musste zu diesem Ende zwischen der Oberfläche und dem Bade eine Temperaturdifferenz von $10,0^\circ$ bestehen, es war also die wahre Temperatur der verdunstenden Oberfläche $108,0^\circ$. Da das Quecksilber in dem offenen Schenkel kälter als in dem geschlossenen war, so ist der gemessene Niveauunterschied, nämlich 0,26 mm, etwas kleiner, als er bei gleicher Temperatur beider Schenkel gewesen wäre, eine Discussion der Wärmevertheilung im Inneren des Rohres ergibt die erforderliche Correction zu 0,03 mm, und der Druckunterschied in den Schenkeln wird daher 0,29 mm in Quecksilber von 118° oder gleich 0,28 mm in Quecksilber von 0° gerechnet. Ziehen wir von diesem Druckunterschied den Unterschied der Sättigungsdrucke von 118 und 108° ab, so erhalten wir den Abstand des Druckes auf die verdunstende Oberfläche vom Sättigungsdruck. Der abzuziehende Unterschied aber beträgt 0,27 mm,

in der
ne über
n Höhe
will ich
gestell-
ass bei
Niveau-
über in
tel aus
e Ver-
te sich
05/3,66
cksilber
zu ver-
ich ist,
grosser
Berech-
nach wäh-
Wärme
n 0,057
Vasser-
wärmt
n Ende
eratur-
e Tem-
Queck-
eschlos-
nämlich
beider
verthei-
Correc-
henkeln
gleich
wir von
igungs-
abstand
igungs-
27 mm,
und es bleibt also nur 0,01 mm. Es zeigt sich demnach, dass der Druck des entweichenden Dampfes vom Sättigungsdrucke nur um ein Unmerkliches abweicht, und das gleiche Resultat ging aus sämmtlichen Beobachtungen hervor, die nach gleicher Methode angestellt wurden. Bei kleinen Temperaturen (90 bis 100°) fanden sich allerdings Abweichungen von einigen hundertsteln Millimetern im erwarteten Sinne, dafür aber wurden bei höheren Temperaturen selbst Drucke berechnet, welche den Sättigungsdruck ein wenig übertrafen. Die Correctionen enthielten also offenbar kleine Fehler, was nach der Art der Bestimmung derselben auch zu vermuthen war. Zweierlei aber zeigten die gemachten Versuche unzweideutig, nämlich erstens, dass sie auch in grösserer Zahl nicht geeignet seien, quantitative Resultate zu geben, da die zu beobachtenden Grössen innerhalb der constanten Versuchsfehler der Methode lagen, zweitens, dass auch die nach der früheren Methode erhaltenen positiven Resultate theilweise, ja vielleicht gänzlich ihren Ursprung in den Fehlern der Temperaturmessung hatten.¹⁾ Denn wären jene richtig, so hätten sich in den letzten Versuchen Druckabweichungen von 0,10 bis 0,20 mm zeigen müssen, welche der Beobachtung nicht hätten entgehen können.

Das Gesamtergebniss der Versuche ist daher ein sehr bescheidenes, sie zeigen, dass vom Standpunkte der Anwendung aus der Druck des entweichenden Dampfes auf die Flüssigkeit gleich dem Druck des der Oberflächentemperatur entsprechenden gesättigten Dampfes gesetzt werden, und also die in der Einleitung zuerst erwähnte Alternative als richtig angesehen werden kann, sie zeigen aber nicht mit Bestimmtheit die kleine Abweichung, welche von dieser Regel höchst wahrscheinlich statt hat, und an welche sich das theoretische Interesse knüpft.

II. Wir betrachten den stationären Vorgang der Verdunstung, welcher zwischen zwei unendlichen, ebenen, parallelen Flüssigkeitsflächen eintritt, wenn dieselben auf constanten,

1) Dass sehr grosse Fehler immerhin möglich waren, erkennt man, wenn man diejenigen berechnet, welche entstehen müssten, wenn die Wärmezufuhr zur Oberfläche nur durch Leitung stattfand.

aber für beide Flächen verschiedenen Temperaturen gehalten werden und der übergedunsteten Flüssigkeit durch irgend welche Canäle ein Weg geboten wird, an ihren Ausgangspunkt zurückzugelangen. Alle Dampftheilchen werden von der einen zur anderen Oberfläche in der Richtung der gemeinsamen Normale übergehen, und mit hinreichender Annäherung können wir annehmen, dass sie während dieses Ueberganges Wärme weder aufnehmen noch abgeben, indem wir von der Wirkung der Strahlung absehen. Unter dieser Voraussetzung ergeben die hydrodynamischen Bewegungsgleichungen, dass Druck, Temperatur, Dichtigkeit und Geschwindigkeit des Dampfes constant sein müssen während des ganzen Ueberganges von der einen Oberfläche zur anderen, gleichgültig, welches die Entfernung derselben. Daraus ergibt sich, dass wir den genannten Vorgang vollständig kennen, wenn wir die folgenden Grössen anzugeben vermögen:

- 1) Die Temperaturen T_1 und T_2 der beiden Oberflächen.
- 2) Die Temperatur T , den Druck p und die Dichte d des übergehenden Dampfes. Die Temperatur muss gemessen gedacht werden mittelst eines Thermometers, welches sich mit dem Dampfe mit gleicher Geschwindigkeit fortbewegt, der Druck p ist ebenso mittelst eines mit dem Dampfe bewegten Manometers gemessen oder als bestimmt aus der Zustandsgleichung des Dampfes zu denken. Als letztere können wir angenähert die Gleichung des vollkommenen Gaszustandes annehmen, also setzen $R T = p/d$.
- 3) Die Geschwindigkeit u und die Gewichtsmenge m , welche in der Zeiteinheit von der Flächeneinheit der einen Oberfläche zur anderen übergeht. Offenbar ist $m = ud$.
- 4) Den Druck P , welchen der Dampf auf die Flüssigkeitsoberflächen ausübt. Derselbe ist nothwendigerweise gleich für die beiden Oberflächen und verschieden von dem Druck p des Dampfes in sich. Wir können aber P berechnen, wenn uns die übrigen genannten Grössen gegeben sind. Denken wir uns nämlich die Menge m auf der Einheit der Fläche ausgebreitet, auf der einen Seite derselben den Druck P , auf der anderen den Druck p ruhend und nun ihre Temperatur constant auf T_1 erhalten, so wird sie genau

so verdunsten, wie vorher, nach der Zeiteinheit wird sie daher völlig in Dampf verwandelt sein, den Raum u einnehmen und die Geschwindigkeit u erlangt haben. Die lebendige Kraft ihrer sichtbaren Bewegung ist daher $\frac{1}{2}mu^2/g$, und diese ist erlangt, indem der Schwerpunkt unter dem Einflusse der Kraft $P - p$ den Weg $\frac{1}{2}u$ zurücklegte, indem also äussere Kräfte die Arbeit $\frac{1}{2}(P - p)u$ leisteten. Hieraus folgt die Gleichung $P - p = mu/g$, oder in Verbindung mit der Gleichung unter (3): $m^2 = gd(P - p)$.

Das Problem, welches uns die Verdunstung stellt, besteht nun darin, die Beziehungen zwischen diesen Grössen für alle zulässigen Werthe derselben aufzufinden. Von den acht Grössen T_1 , T_2 , T , p , d , u , m , P sind offenbar zwei, zunächst T_1 und T_2 , dann aber auch irgend zwei andere, unabhängige Variable, die übrigen sechs sind mit diesen durch sechs Gleichungen verbunden, drei Gleichungen haben wir von vornherein angegeben, sonach erfordert die vollständige Auflösung noch die Auffindung weiterer drei Gleichungen aus der Theorie oder der Erfahrung. Wählen wir aber wie in den Versuchen T_1 und P als unabhängige Variablen und beschränken unsere Aufmerksamkeit auf die Verdunstung im engeren Sinne, so interessirt uns T_2 nicht, und es bleibt als Aufgabe die Darstellung zweier der Grössen T , p , d , u , m als Functionen von T_1 und P . Diese zu bestimmenden Functionen beziehen sich dann aber nicht allein auf den Fall, dass die Verdunstung zwischen parallelen Wänden stattfindet, sondern sie gelten für jeden Dampf, welcher von einem ebenen Flüssigkeitselement von der Temperatur T_1 aufsteigt und auf dasselbe den Druck P ausübt. Denn wir können uns jede solche Verdunstung auch in der Weise vorgenommen denken, dass wir auf der Oberfläche von der Temperatur T_1 einen Kolben ruhen lassen und diesen von einem bestimmten Augenblick an mit der Geschwindigkeit u von der Oberfläche entfernen; das Resultat dieses Versuches muss ein eindeutig durch T_1 und u bestimmtes sein, ein mögliches Resultat aber ist uns durch die beiden soeben erwähnten Functionen gegeben, und dieses muss daher auch das einzig mögliche sein.

Hiernach sind die auf ein verdunstendes Oberflächen-element bezüglichen Grössen vollständig bestimmt durch zwei von ihnen, und es ist also die Voraussetzung, welche den Versuchen zu Grunde lag, gerechtfertigt, andererseits zeigen unsere Betrachtungen, dass diese Versuche, auch wenn sie erfolgreich gewesen wären, das Problem nicht erschöpft haben würden.

Für die in Rede stehenden Grössen können wir Grenzen aufstellen, wenn wir von je zwei Aussagen Gebrauch machen, deren Richtigkeit durch allgemeine Erfahrung mindestens äusserst wahrscheinlich gemacht wird. Es sind die folgenden: 1) Erniedrigen wir die Temperatur einer Flüssigkeitsoberfläche von mehreren, welche sich in demselben Raume befinden, während die Temperaturen der übrigen die ursprünglichen bleiben, so kann der mittlere Druck auf diese Oberflächen hierdurch nur abnehmen, nicht zunehmen; 2) der von einer verdunstenden Oberfläche aufsteigende Dampf ist gesättigt oder ungesättigt, jedenfalls nicht übersättigt. Denn derselbe erscheint stets völlig klar, was nicht der Fall sein könnte, wenn er Flüssigkeit im tropfbaren Zustande mit sich führte. Die erste Behauptung sagt aus, dass $P < p_1$, die zweite, dass $d < d_p$, wenn wir unter p_1 den Druck des gesättigten Dampfes bei der Temperatur T_1 , und unter d_p die Dichte des gesättigten Dampfes vom Drucke p verstehen. Nun ist $m = \sqrt{g d} (P - p)$, also ist $m < \sqrt{g d_p} (p_1 - p)$. Die rechte Seite dieser Ungleichung aber wird Null für $p = 0$ und für $p = p_1$ und erreicht zwischen beiden Drucken einen grössten Werth, welchen also m für die Oberflächentemperatur T_1 unter keinen Umständen überschreitet. Kann aber trotz hinlänglicher Wärmezufuhr die Verdunstung eine endliche Grenze nicht überschreiten, so kann der Hinderungsgrund nur in der Natur der Flüssigkeit liegen, und es muss dann nothwendigerweise jeder Flüssigkeit ein spec. Verdunstungsvermögen zukommen. Die Existenz eines solchen hat demnach denselben Grad von Wahrscheinlichkeit wie die beiden unserem Schlusse zu Grunde liegenden Voraussetzungen. Ich habe die aus obiger Gleichung folgende Grenze für m berechnet, indem ich für den Dampf das Gay-Lussac-Mariotte'sche Gesetz als gültig annahm und für die Beziehung

zwischen Druck und Temperatur des gesättigten Dampfes die folgende setzte: $\log p = 10,59271 - 0,847 \log T - 3342/T$, deren Zulässigkeit ich besonders nachweisen werde. Indem ich die erhaltenen Grössen m durch das spec. Gewicht des Quecksilbers dividierte, erhielt ich Werthe für die Höhe der Flüssigkeitsschicht, welche in der Zeiteinheit von einer Oberfläche von gegebener Temperatur höchstens abdunsten kann.

	100	110	120	130	140	150	160	170	180	°C.
$h <$	0,70	1,11	1,86	3,01	4,50	6,73	9,82	14,31	20,42	mm
$u <$	2110	2192	2294	2400	2522	2668	2823	2980	3145	min
$P >$	0,046	0,07	0,09	0,14	0,20	0,27	0,38	0,53	0,71	mtr
$d/d_1 >$	0,0034	32	30	28	26	24	22	20	18	sec
$h >$	0,08	0,13	0,21	0,32	0,47	0,65	0,88	1,21	1,67	mm
$u >$	7,5	7,4	7,3	7,1	6,9	6,8	6,6	6,5	6,3	min
$(P-p)/p_1 >$	0,0034	32	30	28	26	24	22	20	18	mtr
										sec

Diese Werthe sind, gerechnet in mm/minut. in der zweiten Zeile der eingeschobenen Tabelle angegeben, sie sind etwa zehnmal grösser, als die grösssten Werthe, welche bei den entsprechenden Temperaturen beobachtet wurden. Letztere sind in der sechsten Zeile aufgeführt als untere Grenzen; untere Grenzen sind diese Werthe nicht für die Verdunstung allgemein, da ja dieselbe sehr wohl Null sein kann, sondern sie sind untere Grenzen für die gröstmögliche Verdunstungsgeschwindigkeit. Ebenfalls auf den Fall, dass die Verdunstung ihren grösssten Werth erreicht hat, beziehen sich die übrigen in der Tabelle angegebenen Grenzen; die in Zeile 3, 4 und 5 angegebenen aber gelten auch wohl allgemein, da man annehmen kann, dass das Maximum von u und das Minimum von P und d gleichzeitig mit dem Maximum von m eintritt. Was die Ableitung dieser Grenzen anlangt, so hat man zunächst $u = (P-p)/mg = m/d$, da nun $m > m_{\min}$, $P-p < p_1$, $d < d_1$ ist, so folgt $p/m_{\min} > u > m_{\min}/d_1$; ferner ist $P = p + m^2/d$, also da $m > m_{\min}$ und $d < d_p$, so folgt $P > p + m_{\min}^2/d_p$, der Ausdruck rechter Hand aber hat einen Minimalwerth, da er unendlich wird für $p = 0$ und für $p = \infty$, dieser Minimalwerth ist der in der Tabelle gegebene. End-

lich ist $d = m^2/(P - p)$ und $P - p = m^2/d$, also folgt sowohl $d/d_1 > m^2_{\min}/d_1 p_1$ als auch $(P - p)/p_1 > m^2_{\min}/d_1 p_1$.

Um den Sinn der Tabelle klarer zu legen, führe ich an, dass dieselbe beispielsweise behauptet: Durch keine Mittel können wir bewirken, dass von einer Quecksilberoberfläche von 100° C. eine Schicht von mehr als 0,7 mm in der Minute abdunste, dass der Dampf mit einer grösseren Geschwindigkeit als 2110 m/sec von der Oberfläche ausströme, dass der Druck auf die Oberfläche kleiner als 4 bis 5 Hunderstel Millimeter werde, oder dass die Dichte des abströmenden Dampfes weniger als $1/300$ der Dichte des gesättigten Dampfes betrage; auf der anderen Seite können wir jedenfalls bewirken, dass mehr als 0,08 mm/min abdunste, dass die Geschwindigkeit des Dampfes grösser als 7,3 m/sec werde, und dass der Druck des abziehenden Dampfes sich vom Druck des gesättigten Dampfes um mehr als $1/300$ der Grösse des letzteren unterscheide.

Zum Schluss bemerke ich noch, dass die Existenz einer begrenzten, jeder Flüssigkeit eigenthümlichen Verdunstungsgeschwindigkeit auch den Anschauungen der kinetischen Gastheorie entspricht, und dass man auch auf Grund dieser Anschauung eine ziemlich sichere obere Grenze für die genannte Geschwindigkeit aufstellen kann. Seien T , p und d jetzt Temperatur, Druck und Dichte des gesättigten Dampfes, dann ist $m = \sqrt{pdg/2\pi}$ diejenige Gewichtsmenge, welche in der Zeiteinheit die Flächeneinheit einer den Dampf begrenzenden festen Oberfläche trifft. Nahezu die gleiche Menge aber wird in sehr dünnem Dampf auch die begrenzende Flüssigkeitsfläche treffen, da die Moleküle in ihrem mittleren Abstande von der Oberfläche dem Einfluss der letzteren entzogen sein werden. Da nun die Menge des gesättigten Dampfes weder zunimmt noch abnimmt, so können wir schliessen, dass die gleiche Menge von der Flüssigkeit in den Dampf ausgeworfen wird. Diese von der Flüssigkeit ausgegebene Menge aber wird nahezu unabhängig sein von der eingenommenen, es tritt also Abnahme der Flüssigkeit, d. h. Verdunstung dadurch ein, dass dem Dampf aus irgend welchen Gründen eine kleinere Gewichtsmenge als die genannte zur

Flüssigkeit zurückkehrt und in dem extremen Falle, dass gar keine Moleküle der Flüssigkeit zurückgegeben werden, muss die letztere in der Zeiteinheit von der Flächeneinheit die obige Menge verlieren. Diese Menge ist also eine obere Grenze der Verdunstungsgeschwindigkeit, dieselbe ist etwas enger als die früher ermittelte, für Quecksilber ergibt die Rechnung bei 100° diese Grenze zu $0,54 \text{ mm/min}$, während wir aus unseren früheren Voraussetzungen nur folgern konnten, dass die Verdunstungsgeschwindigkeit kleiner als $0,70 \text{ mm/min}$ sein müsse. Aehnliche Schlüsse lassen sich auf die Energie anwenden, welche von einer verdunstenden Oberfläche höchstens ausgehen kann, es zeigt sich so, das die Geschwindigkeit des abströmenden Dampfes niemals grösser sein kann, als die mittlere Moleculargeschwindigkeit des der Oberflächentemperatur entsprechenden gesättigten Dampfes, also beispielsweise für Quecksilber und eine Temperatur von 100° nicht grösser als 215 m/sec . Da endlich der Druck eines gesättigten Dampfes auf seine Flüssigkeit zur Hälfte herrührt aus dem Stoss der in die Flüssigkeit eintretenden, zur Hälfte aus dem Rückstoss der die Oberfläche verlassenden Moleküle, die Zahl und mittlere Geschwindigkeit der letzteren aber nahezu die ursprüngliche bleibt, so ist zu schliessen, dass der Druck auf eine verdunstende Oberfläche nicht wesentlich kleiner als die Hälfte des Sättigungsdruckes werden könne.

Weiter als bis zur Aufstellung von Grenzwerten lassen sich diese Ueberlegungen aber nicht benutzen, wenn man nicht Hypothesen von sehr zweifelhaftem Werth zu Hülfe nehmen will.

Berlin, Physik. Inst. d. Univ.

II. *Ueber den Druck des gesättigten Quecksilberdampfes; von H. Hertz.*

Die folgenden Bestimmungen des Druckes, welchen der gesättigte Quecksilberdampf ausübt, wurden aus Anlass und im Verlauf der soeben beschriebenen Versuche über die Verdunstung angestellt. Bei der Berechnung der letzteren benutzte ich anfangs die von Regnault angegebenen Zahlen,

aber dieselben passten offenbar nicht in den Zusammenhang. Trug ich nämlich die Resultate der nach der zweiten Methode¹⁾ ausgeführten Versuche in der Weise auf, dass ich für eine bestimmte Temperatur der Oberfläche die in der Zeiteinheit abdunstenden Mengen als Abscissen, die zugehörigen Drucke als Ordinaten nahm, so erhielt ich Punktreihen, welche geraden Linien sehr nahe lagen, verlängerte ich nun diese Geraden nur sehr wenig über das beobachtete Intervall hinaus, so fand ich diejenigen Drucke, welche der Verdunstung Null entsprachen, und also die Sättigungsdrucke darstellen mussten. Die so gefundenen Zahlen waren sämmtlich kleiner als die Regnault'schen. Dass die Erklärung dieses Umstandes in Fehlern der letzteren zu suchen sei, wurde mir wahrscheinlich durch die Versuche Hrn. Hagen's²⁾, die Werthe selbst aber, welche derselbe gefunden, lagen ebenfalls abseits der erwähnten Geraden. Hr. Hagen vermutete selber, dass seine Werthe für Temperaturen über 100°, um welche Temperaturen es sich vorzüglich handelte, zu klein seien, so war ich auf eigene Bestimmungen angewiesen.

Für diese Bestimmungen wurde zunächst im Anschluss an die Verdunstungsversuche das U-förmige Manometer benutzt, welches aus dem in Figur 2 dargestellten Verdunstungsgefäß entsteht, wenn die Vorlage und das Verbindungsrohr fortgelassen, und dadurch die Verdunstung aufgehoben wird. Aus beiden Schenkeln des Gefäßes war durch die vereinte Wirkung des Auskochens und der Quecksilberpumpe alle Luft entfernt. Die Temperatur des erhitzen Schenkels ergab das inmitten des Quecksilbers befindliche Thermometer, durch Calibrirung desselben und Umrechnung wurde dieselbe auf die Angaben des Luftthermometers reducirt. Die Bestimmung des Drucks setzte sich zusammen aus der directen Ablesung des Niveauunterschiedes in beiden Schenkeln und der Ermittelung einer Correction von beträchtlicher Grösse. Der hauptsächlichste Theil der letzteren rührte her von der Ausdehnung des Quecksilbers durch die Temperatur,

1) Siehe p. 183.

2) Siehe Wied. Ann. 16. p. 610. 1882.

dieser Theil wurde berechnet, indem auf die durch das Wärmeleitungsgesetz bedingte Temperaturvertheilung in dem Verbindungsrohr beider Schenkel Rücksicht genommen wurde, und die zur Erkenntniß dieser Vertheilung nothwendigen Constanten durch besondere Versuche ermittelt wurden. Ein kleinerer Theil der Correction hatte seinen Ursprung in der verschiedenen Grösse der Capillardepression in den beiden Schenkeln, diesen Theil glaubte ich als gleich für alle vorkommenden Temperaturen ansehen zu können, und wurde derselbe daher einfach durch den Niveauunterschied bei gleicher Temperatur der Schenkel gemessen. Von den nach dieser Methode gefundenen Drucken sind nur diejenigen, welche sich auf Temperaturen über 150° bezogen, für die schliessliche Rechnung beibehalten worden, diese wurden zu drei Mittelwerthen zusammengezogen, welche in die gleich folgende Tabelle aufgenommen und durch einen Asteriscus kenntlich gemacht sind. Die Beobachtungen unter 150° wurden verworfen aus dem Grunde, weil hier die Correctionen viel grösser als die zu beobachtenden Grössen waren, und daher die Resultate unsicher wurden. Beispielsweise wurde bei $137,4^{\circ}$ der Druck zu 1,91 mm gefunden, aber dieser Werth setzt sich zusammen aus einer Correction von + 2,49 mm und einer Beobachtung von - 0,58 mm. Nimmt man Rücksicht auf diese ungünstigen Verhältnisse, so stimmten die verworfenen Beobachtungen hinreichend mit den später als richtig anzugebenden Werthen, sie wichen nie mehr als 0,2—0,3 mm von denselben ab und lagen zwischen jenen und den Regnault'schen, derart aber, dass sie vom letzteren doppelt bis dreimal so weit als von ersteren abstanden.

Für die Bestimmung der kleineren Drucke wurde die folgende weit geeignetere Methode verwendet. Die offenen Schenkel zweier Manometer *A* und *B* (Fig. 4) communiciren mit einander, dieselben enthalten Luft von geringem Drucke, etwa von 10 bis 20 mm; die geschlossenen Schenkel sind völlig luftfrei. Das eine der Manometer *A* wurde im Wasserbade auf Zimmertemperatur gehalten, das andere *B* in einem Heizkasten von dickem Gusseisen im Paraffinbade erhitzt, jedoch nur so weit, dass das Quecksilberniveau des ge-

schlossenen Schenkels nicht unter das des offenen sank. Dann war also der Druck des Quecksilberdampfes kleiner als der jedesmalige Druck der Luft im offenen Schenkel, eine Verdunstung, ausser durch Diffusion, konnte nicht stattfinden, es war also auch der Druck in den offenen Schenkeln beider Manometer gleich, und die Differenz der auf Quecksilber von 0° reducirten Ablesungen der beiden Manometer gab die Differenz des Sättigungsdruckes für die Temperatur des heissen und des kalten Manometers. Der Druck des Quecksilberdampfes in letzterem aber kann nach den Resultaten dieser Untersuchung gleich Null gesetzt werden. Die Temperatur des Bades wurde an einem sehr guten Geissler'schen Thermometer abgelesen, welches ich zur Reduction seiner Angaben direct mit einem Jolly'schen Luftthermometer verglich. Die Niveauunterschiede wurden mittelst des Ocularschaubenmikrometers des zum Kathetometer gehörigen Mikroskops gemessen. Ich bemerke noch, dass die lichte

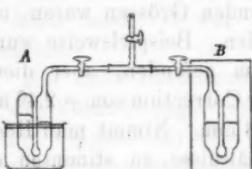


Fig. 4.

Weite der Manometerrohre 20 mm betrug, dass die Einstellung auf das wahre Niveau durch hinter den Rohren angebrachte Drahtgitter erleichtert wurde, deren Drähte unter 45° gegen den Horizont geneigt waren, dass der Druck der Luft in den offenen Schenkeln variiert wurde, endlich, dass ich mich von der Abwesenheit der Luft in den geschlossenen Schenkeln nach jeder Erhitzung von neuem überzeugte, indem ich unter dem Einflusse äusserer electricischer Spannungen Entladungen in denselben erzeugte; die Röhren zeigten dann das grüne Phosphorescenzlicht und nur dieses, wonach der Druck der Luft in ihnen nicht über ein bis zwei Hundertstel Millimeter betragen konnte. Das Resultat der Versuche war das folgende: Bis zu 50° konnte ich keinen Druck wahrnehmen, welcher ausserhalb der Unsicherheit einer Einzelbestimmung (0,02 mm) lag, bei 60° erhielt ich etwa 0,03, bei 70° 0,05, bei 80° 0,09 mm Druck, von hier ab wurden die Fehler

klein gegen die ganzen Werthe, von 120 bis 130° ab konnten überhaupt die beobachteten Drucke als richtig angesehen werden, da ihre Fehler verschwanden gegen diejenigen, welche aus der Temperaturbestimmung resultirten. Es wurden dann Gruppen von acht bis zwölf nahegelegenen Einzelbeobachtungen zusammengefasst, indem einfach der mittleren Temperatur der mittlere Druck zugeordnet wurde; die sechs so gewonnenen Hauptwerthe, zusammen mit den drei nach der ersten Methode bestimmten, sind durch die ersten beiden Columnen der folgenden Tabelle wiedergegeben. Der Inhalt dieser Columnen bildet die Unterlage der Rechnung.

<i>t</i>	<i>p</i>	<i>dp</i>	<i>dt</i>	<i>t</i>	<i>p</i>	<i>dp</i>	<i>dt</i>
89,4	0,16	0,00	0,0	*184,7	11,04	+0,15	+0,4
117,0	0,71	+0,04	+1,1	190,4	12,89	-0,37	-0,8
154,2	3,49	+0,01	+0,1	203,0	20,35	+0,23	+0,3
*165,8	5,52	+0,04	+0,2	*206,9	22,58	-0,20	-0,3
177,4	8,20	-0,22	-0,7				

Was nun die Berechnung dieser Versuche anlangt, so habe ich versucht, auf dieselben eine zu gleichem Zwecke noch nicht benutzte Formel¹⁾ anzuwenden, welche theoretische Berechtigung besitzt und richtig sein muss mit derselben Annäherung, mit welcher der gesättigte Dampf dem für

1) Eine analoge und auf Grund wesentlich gleicher Schlüsse abgeleitete Formel ist indessen von Hrn. Koláček (Wied. Ann. 15, p. 38. 1882) benutzt worden, um den Druck des vom Sättigungszustande entfernten Wasserdampfes auf Salzlösungen darzustellen. In jenem Falle ist die theoretische Berechtigung der Formel sogar weit grösser als in dem unserigen, in welchem die Anwendbarkeit derselben erst durch die Vergleichung mit der Erfahrung erwiesen wird. Zu der Arbeit des Hrn. Koláček möchte ich mir die Anmerkung erlauben, dass alle experimentellen Daten vorhanden sind, um mittelst obiger Formel die Spannkraft des Dampfes über dem Eise und über überkältetem Wasser bis zum absoluten Nullpunkt zu verfolgen, die Berechtigung einer solchen Anwendung wird dargethan durch den (zu führenden) Nachweis, dass die erhaltene Formel die Spannkraft des Dampfes in einem beträchtlichen Intervall oberhalb 0° mit guter Annäherung wiedergibt. Erweist sich nämlich die Formel als zulässig innerhalb eines gewissen Temperaturintervalles, so wird sie auch zulässig sein für alle Temperaturen unterhalb dieses Intervalles, da ein gesättigter Dampf mit abnehmender Temperatur sich dem vollkommenen Gaszustand mehr und mehr nähert.

den sehr verdünnten Dampf gültigen Gay-Lussac-Mariotte'schen Gesetz gehorcht. Unter der Voraussetzung der Gültigkeit dieses Gesetzes besitzt der Dampf eine constante specifische Wärme bei constantem Volumen, es sei dieselbe c , es sei ferner s die specifische Wärme der Flüssigkeit und ϱ_T die innere Verdampfungswärme für die absolute Temperatur T . Dann ist unter der gemachten Voraussetzung nothwendigerweise $\varrho_T = \text{constans} - (s - c) T$. Man beweist diese Behauptung, indem man sich eine Flüssigkeitsmenge von der Temperatur T auf eine beliebig andere Temperatur gebracht, hier ohne äussere Arbeit in Dampf verwandelt, den Dampf, immer ohne äussere Arbeit, auf die Temperatur T zurückgebracht und niedergeschlagen denkt, die Flüssigkeit kann bei diesem Process Wärme weder aufgenommen noch abgegeben haben. Andererseits hat man nach den Sätzen der mechanischen Wärmetheorie $\varrho_T = Au(Tdp/dT - p)$, worin p den Druck des gesättigten Dampfes bezeichnet, und unter u das specifische Volumen desselben verstanden, also $u = RT/p$ gesetzt werden kann. Eliminirt man aus den drei angegebenen Gleichungen ϱ_T und u , so erhält man eine Differentialgleichung für die Curve der Dampfspannung, die das folgende Integral ergibt:

$$p = k_1 T^{1 - \frac{s-c}{AB}} e^{-\frac{k_2}{T}}$$

Für Quecksilber ist s bekannt. Aus eigenen Versuchen und einer Angabe Regnault's findet Hr. Winkelmann¹⁾ eine kleine Abnahme dieser Grösse für wachsende Temperaturen und als Mittelwerth zwischen 0 und 100° $s = 0,0330$. Versuche, welche Hr. Dr. Ronkar aus Lüttich im hiesigen physikalischen Institut angestellt hat, haben demselben gezeigt, dass die Aenderung zwischen -20° und $+200^\circ$ jedenfalls ausserordentlich klein ist und haben im Mittel $s = 0,0332$ ergeben; diesen Werth führe ich in die Rechnung ein. Die Grösse c ist dadurch bestimmt, dass nach den Resultaten Kundt's und Warburg's das Verhältniss der specifischen Wärm'en für Quecksilberdampf = $5/3$ ist, und wird gleich 0,0149 gefunden. Hieraus ergibt sich der Exponent von T

1) Winkelmann, Pogg. Ann. 159. p. 152. 1876.

zu $-0,847$. Die beiden übrigen Constanten sind aus den Beobachtungen zu bestimmen, es genügen hierzu zwei derselben; wählt man etwa die Beobachtung bei 206° der ersten Reihe und die bei 154° der zweiten, so erhält man schon eine Formel, die sämmtliche Beobachtungen hinreichend wiedergibt. Die so bestimmten Constanten sind durch eine Ausgleichsrechnung zu verbessern; dabei ist es rationell, die Drucke als richtig beobachtet anzunehmen und also die Summe der Quadrate der Temperaturfehler zu einem Minimum zu machen; auf diesem Wege habe ich gefunden:

$$\log k_1 = 10,59271, \quad \log k_2 = 3,88623.$$

Führt man diese Constanten in die Formel ein und gibt derselben eine für die Rechnung bequemere Gestalt, so wird dieselbe:

$$\log p = 10,59271 - 0,847 \log T - 3342/T.$$

Um die Vergleichung der mittelst dieser Formel berechneten Werthe mit den Beobachtungen zu ermöglichen, sind obiger Tabelle die dritte und vierte Columne zugefügt, die dritte gibt die Fehler, welche in den Druckmessungen stattgefunden haben müssen, wenn die Temperaturen richtig beobachtet sind, die vierte die Fehler, welche man den Temperaturmessungen zumuthen muss, wenn man die Drucke als richtig beobachtet ansehen will. Es zeigt sich, dass die Formel die Beobachtungen vollständig wiedergibt, wenn man eine mittlere Unsicherheit von $0,02$ mm in den Druckmessungen und von $0,6^\circ$ in den Temperaturmessungen zugibt; dass solche Unsicherheiten zugegeben werden müssen, zeigt die Anordnung der Abweichungen. Die Messungen, welche unterhalb 89° vorgenommen wurden, zeigen sich, so weit ein Vergleich möglich ist, vollständig im Einklang mit der Formel. Mit Hülfe der letzteren ist dann die folgende Tabelle berechnet, welche zwischen 0 und 220° den Druck des Dampfes für alle vollen 10 Grade gibt:

t	p	t	p	t	p	t	p
0°	0,00019	60°	0,026	120°	0,779	180°	9,23
10	0,00050	70	0,050	130	1,24	190	13,07
20	0,0013	80	0,093	140	1,93	200	18,25
30	0,0029	90	0,165	150	2,93	210	25,12
40	0,0063	100	0,285	160	4,38	220	34,90
50	0,018	110	0,478	170	6,41		

Zu bemerken ist noch, dass $p = 0$ wird für $t = -273^{\circ}$, sowie dass die Formel für die innere latente Wärme des Dampfes den Werth $\varrho_T = 76,15 - 0,0183 T$ ergibt. Die oben mittheilten Zahlen weichen nicht unbeträchtlich ab, sowohl von den Regnault'schen als von den Hagen'schen, sie sind durchweg kleiner als die Regnault'schen, nähern sich denselben aber mit wachsender Temperatur und fallen nahe bei 220° mit denselben zusammen, sie sind hinwieder grösser als die Hagen'schen oberhalb 80° , stimmen übrigens zwischen 80 und 100° nahe mit denselben zusammen und sind kleiner als jene unterhalb 80° .

Das Hauptinteresse knüpft sich an den Druck des Dampfes bei gewöhnlicher Lufttemperatur. Nach den Ergebnissen unserer Untersuchung beträgt derselbe weniger als ein Tausendstel Millimeter.¹⁾ Eine Correction wegen dieses Druckes an Barometer- und Manometerablesungen wäre also nicht anzubringen. Die Kleinheit des in Rede stehenden Druckes und nicht eine besondere Eigenschaft des Quecksilbers dürfte auch der Grund für den verschwindenden Einfluss sein, welchen der stets vorhandene Quecksilberdampf auf die Entladungerscheinungen in Geissler'schen Röhren ausübt.

Phys. Inst. d. Univ. Berlin.

1) Allerdings ist dieser Werth nur berechnet, während beide früheren Beobachter bei Lufttemperatur Beobachtungen angestellt und übereinstimmend einen Druck von einigen Hundertstel Millimetern wahrzunehmen geglaubt haben. Indessen erscheint die verwandte Formel hinreichend begründet und auf die einzige in ihr enthaltene Hypothese hinreichend geprüft, um es mit der schwierigen und Täuschungen ausgegesetzten Beobachtung so kleiner Grössen aufnehmen zu können. Hinzu kommt, dass ich selber bis zu 50° keinen merklichen Druck auffinden konnte, während 0,10 mm, wie Regnault, oder selbst 0,04 mm, wie Hagen angibt, der Beobachtung nicht hätten entgehen können.

88,9	0,81	0,72,0	0,63	0,26,0	0,03	0,1000,0
70,71	0,61	0,52,1	0,43	0,16,0	0,01	0,0500,0
52,51	0,42	0,32,1	0,23	0,06,0	0,00	0,0100,0
34,32	0,13	0,12,2	0,03	0,01,0	0,00	0,0000,0
06,12	0,22	0,02,1	0,01	0,00,0	0,01	0,0000,0
		12,0	0,72	0,24,0	0,04	0,0000,0

III. *Ueber die Diffusion der Gase;*
von K. Waitz.

(Hierzu Taf. II Fig. 1-5.)

Für die kinetische Gastheorie ist die Untersuchung der freien Diffusion kaum weniger wichtig als die Beobachtung der inneren Reibung der Gase, während aber diese Frage sehr eingehend studirt worden ist, liegen über jene nur wenige Arbeiten vor. Loschmidt¹⁾ war der erste, der genaue Versuche über die Diffusion von Gasen ohne poröse Scheidewände anstellte und die Diffusionscoefficienten für viele Gasarten bestimmte, ihm folgten Wretschko²⁾ und Benigar³⁾, und in neuester Zeit hat von Obermayer⁴⁾ die Abhängigkeit der Diffusionscoefficienten von der Temperatur zu bestimmen gesucht. Die von allen genannten Autoren angewandte Methode war kurz folgende: Die zwei Hälften eines oben und unten geschlossenen, vertical gestellten Rohres konnten durch einen Schieber oder Hahn voneinander abgeschlossen werden, jede der Rohrhälften wurde mit einem Gase gefüllt, der Schieber weggezogen und nach einer beobachteten Zeit wieder vorgeschoben. Die chemische Untersuchung des Gasgemisches in den zwei Rohrhälften ergab die Zusammensetzung des Gemisches und daraus den Diffusionscoefficienten der einzelnen Gase. Es leuchtet ein, dass das Verfahren nur einen mittleren Werth des gesuchten Coefficienten liefern konnte. Deshalb dürfte es nicht un interessant sein, zu untersuchen, ob sich nicht die stetige Aenderung in der Zusammensetzung eines Gasgemisches an einer und derselben Stelle des Diffusionsgefäßes verfolgen und sich so bestimmen lasse, ob, eventuell wie, sich der Diffusionscoefficient an der betreffenden Stelle ändere. Besonders wünschenswerth erschien es aber, den Coefficienten ohne Störung des Diffusionsvorganges an verschiedenen

1) Loschmidt, Wien. Ber. 61. p. 367. 1870; 62. p. 468. 1870.

2) Wretschko, Wien. Ber. 62. p. 575. 1870.

3) Benigar, Wien. Ber. 62. p. 687. 1870.

4) v. Obermayer, Wien. Ber. 81. p. 1102. 1880.

Stellen des Gefäßes zu bestimmen, da solche Versuche ein weiteres Kriterium für die Anwendbarkeit der Maxwell'schen Hypothese abgeben könnten, nach der die Gasmoleküle einander mit einer Kraft abstossen sollen, welche umgekehrt proportional der fünften Potenz ihrer Entfernung wirkt. Boltzmann¹⁾ hat nämlich hervorgehoben, dass nach dieser Hypothese der Diffusionscoefficient constant sein muss, während andere Wirkungsgesetze für die Kräfte, welche die Gasmoleküle aufeinander ausüben, dies nicht immer verlangen; so ist z. B. nach der von O. E. Meyer²⁾ gegebenen Formel der Diffusionscoefficient von dem augenblicklichen Mischungsverhältniss der zwei Gase abhängig und ändert sich also mit dem Ort im Diffusionsgefäß. Schon Maxwell³⁾ selbst hat übrigens bei der Berechnung von Graham's Beobachtungen bemerkt, dass Diffusionsversuche, die zehn Stunden dauerten, alle kleinere Werthe des Diffusionscoefficienten lieferten, als solche, die nur vier Stunden währten. Die nachstehenden Beobachtungen werden in der That eine Abnahme des Coefficienten mit der Zeit bis zu einem Grenzwert zeigen, und es wird sich ferner ergeben, dass der Coefficient auch verschiedene Werthe erhält, wenn man zu seiner Berechnung Beobachtungen verwendet, die an verschiedenen Stellen des Diffusionsgefäßes angestellt sind.

Methode.

Wollte man die Diffusion der Gase in dem Gefäß nicht stören und doch in einem bestimmten Querschnitt desselben die Änderung des Mischungsverhältnisses verfolgen, so lag es nahe, zu dieser Bestimmung optische Hilfsmittel zu verwenden, wie das bei der Diffusion tropfbarer Flüssigkeiten schon öfters geschehen ist. Gegen die Anwendung von optischen Methoden bei der Untersuchung der Diffusion der Flüssigkeiten sind aber in neuerer Zeit von Stefan⁴⁾ be-

1) Boltzmann, Wien. Ber. **66**, p. 325. 1872.

2) O. E. Meyer, Kinetische Theorie der Gase, p. 173 und 331. Breslau 1877.

3) Maxwell, Phil. Mag. (4) **35**, p. 199. 1868.

4) Stefan, Wien. Ber. **78**, p. 957. 1878.

gründete Einwendungen erhoben worden, die auf der von früheren Beobachtern übersehnen Thatsache beruhen, dass ein horizontaler Lichtstrahl, der auf eine von einer verticalen Wand begrenzte Flüssigkeit fällt, sich in dieser nicht mehr in horizontaler Richtung fortpflanzt, wenn die Flüssigkeit im Zustand der Diffusion, also im Zustand einer von unten nach oben continuirlich abnehmenden Dichte sich befindet. Die Ablenkung, welche ein solcher Lichtstrahl im Diffusionsgefäß von seiner ursprünglichen Richtung erleidet, hat Stefan direct durch Versuche für tropfbare Flüssigkeiten nachgewiesen und zugleich beobachtet, dass Gegenstände, die er mit einem Fernrohr durch die diffundirenden Flüssigkeiten hindurch betrachtete, im Verlauf der Diffusion undeutlich wurden, und es nöthig war, das Fernrohr weiter heraus- oder hineinzuschieben, um die Objecte wieder scharf zu sehen. Bei ähnlichen Versuchen nun, wie sie Stefan angestellt hat, war jene Ablenkung für die so sehr viel schwächer als tropfbare Flüssigkeiten brechenden Gase gar nicht, und das Undeutlichwerden nur dann zu beobachten, wenn die Mischung der zwei Gase durch einen kleinen Ueberdruck auf der Seite des einen begünstigt, in stürmischer Weise stattfand, nicht aber, wenn wie bei den folgenden Versuchen die Diffusion vergleichsweise langsam und ruhig geschah. Deshalb darf wohl das nachstehende Beobachtungsverfahren als frei von den Bedenken angesehen werden, die von Stefan gegenüber anderen optischen Methoden und für tropfbare Flüssigkeiten erhoben worden sind.

Es wurden zu unserer Untersuchung die Interferenzerscheinungen an dicken Glasplatten benutzt, die Jamin in seinem Interferenzialrefractor verwendet, und deren wesentliche Eigenschaften Ketteler¹⁾ entwickelt hat.

Fällt von der Lichtquelle L (Fig 1) ein Strahl Lb auf die erste der zwei Glasplatten, so wird er, wenn wir stets nur die Theile berücksichtigen, deren Intensität am grössten ist, in die zwei Strahlen bc und bd zerlegt. Der eine von diesen durchläuft den Weg $bcef$, der andere den im allge-

1) Ketteler, Beobachtungen über die Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865.

meinen verschiedenen langen Weg *bdgf*; beide Strahlen kommen zur Interferenz und geben mit anderen ähnlichen ein System von Interferenzstreifen, das leicht zu beobachten ist. Die Phasendifferenz der zwei genannten Strahlen hängt von der Dicke, der Neigung, dem Brechungsexponenten der Platten und von dem Einfallswinkel des Strahles *Lb* ab. Ebenso aber wie durch Änderung der bezeichneten Größen kann die Phasendifferenz für die zwei Strahlen dadurch verändert werden, dass man zwischen *bd* ein anderes Medium bringt als zwischen *ef*. Lässt man z. B. den einen der zwei Strahlen durch das Gefäss gehen, in dem die Diffusion der Gase stattfinden soll, während der andere durch eine Röhre tritt, in der Gas von unveränderter Zusammensetzung sich befindet, so wird bei stattfindender Mischung der Gase in dem Diffusionsgefäß die Phasendifferenz der interferierenden Strahlen continuirlich geändert, die Interferenzstreifen werden sich in Bewegung zu setzen beginnen, und die Zahl derselben, welche man in bestimmter Zeit durch das Gesichtsfeld gehen sieht, kann ein Maass für die Änderung in der Zusammensetzung des Gasgemisches abgeben. Wird vor Beginn des Versuchs das Diffusionsgefäß, von der Länge *L₁*, und die Vergleichsröhre, von der Länge *L₂*, mit demselben Gase gefüllt, dessen Brechungsexponent für die angewandte Lichtart *n₁* sei, so werden die zwei Strahlenbündel beim Durchlaufen der Wege *L₁* und *L₂* einen Gangunterschied *δ₁* erhalten:

$$\delta_1 = L_2 n_1 - L_1 n_1.$$

Aändert sich dann allmählich das Brechungsverhältniss im Diffusionsgefäß auf *n*, so wird der Gangunterschied der zwei Strahlenbündel nun sein:

$$\delta = L_2 n - L_1 n,$$

folglich: $\delta - \delta_1 = L_1 (n_1 - n)$, und ist λ die Wellenlänge unserer Lichtart für den leeren Raum, *A* die Anzahl der durch das Gesichtsfeld gegangenen Interferenzstreifen, so wird:

$$\delta - \delta_1 = A \lambda,$$

$$(1) \quad \frac{A \lambda}{L_1} = n_1 - n,$$

und analog bei Änderung von n_1 auf n_0 und A auf A_0 :

$$(2) \quad \frac{A_0 \lambda}{L_1} = n_1 - n_0.$$

Diese Gleichungen behalten auch noch Gültigkeit, wenn man in die Vergleichsröhre ein anderes Gas von constant bleibender Zusammensetzung bringt als in das Diffusionsgefäß. Dann erhalten δ_1 und δ andere Werthe, aber ihre Differenz bleibt dieselbe. Zur Controle wurde bei den folgenden Versuchen manchmal das Vergleichsrohr mit anderen Gasen als das Hauptgefäß gefüllt, es änderte sich dann in der That das Resultat nicht.

Für ein Gemenge von Gasen, die chemisch nicht aufeinander wirken, gilt nun bei constantem Druck und Temperatur der Satz:

$$\frac{(n-1)g}{\delta} = \frac{(n_0-1)g_0}{\delta_0} + \frac{(n_1-1)g_1}{\delta_1} + \dots$$

wo n , g , δ Brechungsexponent, Gewicht und Dichtigkeit der Mischung, und dieselben Buchstaben mit Indices die gleichnamigen Grössen für die einzelnen Bestandtheile bezeichnen. Betrachten wir speciell die Mischung von zwei Gasen, die unter constantem Druck und bei constanter Temperatur vor sich geht, und deren eines (dem der Index 1 zugehört) anfänglich allein in dem Mischungsgefäß vorhanden war, und beziehen wir die letzte Gleichung auf den Querschnitt unseres Diffusionsgefäßes, durch den das eine der zwei interferirenden Strahlenbündel tritt, so erhalten wir:

$$(n-1)Z = (n_0-1)Z_0 + (n_1-1)Z_1,$$

wo Z die Anzahl aller in dem Querschnitt befindlichen Gastheilchen, Z_1 und Z_0 die Zahl der Theilchen erster und zweiter Art bezeichnet. Setzen wir x statt Z_1 , so ist:

$$Z_0 = Z - x,$$

$$\text{folglich: } n-1 = (n_0-1) \frac{Z-x}{Z} + (n_1-1) \frac{x}{Z},$$

$$\text{oder: } \frac{x}{Z} = \frac{n-n_0}{n_1-n_0},$$

und führen wir hier die Werthe von n und $n_1 - n_0$ aus (1) und (2) ein, folglich:

$$(3) \quad \frac{x}{Z} = \frac{A_0 - A}{A_0},$$

d. h. die Zahl der in dem betrachteten Querschnitt noch enthaltenen Theilchen erster Art ist, als Bruchtheil der Gesammtzahl aller in dem Querschnitt befindlichen Theilchen, durch Gleichung (3) gegeben.

A_0 bezeichnet hier die Anzahl der Interferenzstreifen, die durch das Gesichtsfeld passiren, wenn das erste Gas allmählich durch das zweite ersetzt wird. Da während der Versuche der Gesamtdruck in dem Diffusionsgefäß sich nicht änderte, kann man in 3) statt x/Z auch p/p_0 setzen, wo p_0 der in dem Gefäß herrschende Gesamtdruck und p der Partialdruck des anfänglich allein in dem Gefäß vorhandenen Gases zu der Zeit ist, zu welcher A Interferenzstreifen durch das Gesichtsfeld gegangen sind. Es ist somit:

$$(4) \quad \frac{p}{p_0} = \frac{A_0 - A}{A_0}.$$

Apparat und Einstellung.

Um die auseinandergesetzte Methode anwenden zu können, mussten dem Gefäß, in dem sich die Gase mischen sollten, erhebliche Dimensionen gegeben werden. Denn nach Gleichung (2) ist die Anzahl der Interferenzstreifen, die überhaupt während des ganzen Diffusionsvorganges durch das Gesichtsfeld passiren, der Länge des Gefäßes proportional, und unter gleichen Umständen wird die Empfindlichkeit des Verfahrens und die Genauigkeit der Beobachtungen mit A_0 zunehmen. Allzuweit getriebene Vergrößerung des Diffusionsgefäßes aber würde die Versuche zu sehr dem Einfluss der kaum ganz zu vermeidenden Strömungen in der Gasmasse ausgesetzt haben. Ebenso wie demnach die eine Horizontaldimension sollte auch die Verticaldimension des Gefäßes beträchtlich sein, denn es lag im Plane der Untersuchung, in verschiedenen Querschnitten die Zusammensetzung des Gasgemisches während der Diffusion zu beobachten. Weil es bei der so gebotenen Ausdehnung von etwa $1/2$ m in den zwei angegebenen Richtungen sehr schwer gewesen wäre, ein Gefäß herzustellen, dessen zwei Hälften durch einen gasdichten Schieber

oder dergl. voneinander abgesperrt und nach Wegziehen des Schiebers in Verbindung gesetzt werden konnten, ohne dass in der Wand des Gefässes eine für Gase durchlässige Oeffnung bliebe, so musste die ursprüngliche Absicht, gleiche Volumina zweier Gase ineinander diffundiren zu lassen, ganz aufgegeben werden. Man beschränkte sich deshalb darauf, die Diffusion eines von Luft verschiedenen Gases gegen diese zu untersuchen, indem man ein mit dem Gase gefülltes Gefäss öffnete und seinen Inhalt sich mit der umgebenden Luft mischen liess. Einen erheblichen Vortheil bot diese Anordnung dar, bei ihr fand natürlich die Diffusion sehr viel schneller statt als bei Anwendung kleiner fest begrenzter Gasvolumina, und die Versuche, die man jetzt nach längstens $1\frac{1}{2}$ Stunde abbrechen konnte, waren dadurch sehr viel unabhängiger von allmählichen Temperaturänderungen des Beobachtungslocals, als es bei langsamerer Gasmischung der Fall gewesen wäre.

Das Diffusionsgefäß bestand hiernach aus einem rechteckigen oben offenen Kasten (Fig. 2) von ca. 0,6 mm starkem Eisenblech, der im Mittel eine Tiefe von 50,3 cm, eine Länge von 50,3 cm und eine Breite von 7,1 cm hatte. Auf die eine breite Aussenseite des Kastens waren drei rechteckige, vorn und hinten offene Röhren (1, 2, 3 in der Fig.) von Eisenblech aufgelöthet, die möglichst gleiche Länge mit dem Kasten hatten. Neben den Oeffnungen dieser Röhren waren auf den schmalen verticalen Seiten in die Kastenwand Fenster eingeschnitten, die nebst den Mündungen der drei Röhren durch planparallele Glasplatten luftdicht verschlossen wurden. Die Höhe, resp. Breite der Fenster und ebenso des rechteckigen Querschnittes der drei Röhren betrug etwa 2 cm, resp. 3 cm, und der Abstand der Mitten der drei Fensterpaare von der oberen Mündung des Kastens war ungefähr 10 cm, 20 cm und 35 cm. Auf jede der Röhren waren zwei gut schliessende Messinghähne aufgesetzt, durch die man Gas aus- und eintreten lassen konnte; auch am Boden des Kastens war ein solcher Hahn angebracht. Um die obere Mündung des Kastens lief eine Gallerie von etwa 2 cm Breite und Tiefe, die theilweise mit Quecksilber gefüllt war; in das

$$(3) \quad \frac{x}{Z} = \frac{A_0 - A}{A_0},$$

d. h. die Zahl der in dem betrachteten Querschnitt noch enthaltenen Theilchen erster Art ist, als Bruchtheil der Gesamtzahl aller in dem Querschnitt befindlichen Theilchen, durch Gleichung (3) gegeben.

A_0 bezeichnet hier die Anzahl der Interferenzstreifen, die durch das Gesichtsfeld passiren, wenn das erste Gas allmählich durch das zweite ersetzt wird. Da während der Versuche der Gesamtdruck in dem Diffusionsgefäß sich nicht änderte, kann man in 3) statt x/Z auch p/p_0 setzen, wo p_0 der in dem Gefäß herrschende Gesamtdruck und p der Partialdruck des anfänglich allein in dem Gefäß vorhandenen Gases zu der Zeit ist, zu welcher A Interferenzstreifen durch das Gesichtsfeld gegangen sind. Es ist somit:

$$(4) \quad \frac{p}{p_0} = \frac{A_0 - A}{A_0}.$$

Apparat und Einstellung.

Um die auseinandergesetzte Methode anwenden zu können, mussten dem Gefäß, in dem sich die Gase mischen sollten, erhebliche Dimensionen gegeben werden. Denn nach Gleichung (2) ist die Anzahl der Interferenzstreifen, die überhaupt während des ganzen Diffusionsvorganges durch das Gesichtsfeld passiren, der Länge des Gefäßes proportional, und unter gleichen Umständen wird die Empfindlichkeit des Verfahrens und die Genauigkeit der Beobachtungen mit A_0 zunehmen. Allzuweit getriebene Vergrößerung des Diffusionsgefäßes aber würde die Versuche zu sehr dem Einfluss der kaum ganz zu vermeidenden Strömungen in der Gasmasse ausgesetzt haben. Ebenso wie demnach die eine Horizontaldimension sollte auch die Verticaldimension des Gefäßes beträchtlich sein, denn es lag im Plane der Untersuchung, in verschiedenen Querschnitten die Zusammensetzung des Gasgemisches während der Diffusion zu beobachten. Weil es bei der so gebotenen Ausdehnung von etwa $1/2$ m in den zwei angegebenen Richtungen sehr schwer gewesen wäre, ein Gefäß herzustellen, dessen zwei Hälften durch einen gasdichten Schieber

oder dergl. voneinander abgesperrt und nach Wegziehen des Schiebers in Verbindung gesetzt werden konnten, ohne dass in der Wand des Gefässes eine für Gase durchlässige Oeffnung bliebe, so musste die ursprüngliche Absicht, gleiche Volumina zweier Gase ineinander diffundiren zu lassen, ganz aufgegeben werden. Man beschränkte sich deshalb darauf, die Diffusion eines von Luft verschiedenen Gases gegen diese zu untersuchen, indem man ein mit dem Gase gefülltes Gefäss öffnete und seinen Inhalt sich mit der umgebenden Luft mischen liess. Einen erheblichen Vortheil bot diese Anordnung dar, bei ihr fand natürlich die Diffusion sehr viel schneller statt als bei Anwendung kleiner fest begrenzter Gasvolumina, und die Versuche, die man jetzt nach längstens $1\frac{1}{2}$ Stunde abbrechen konnte, waren dadurch sehr viel unabhängiger von allmählichen Temperaturänderungen des Beobachtungslocals, als es bei langsamerer Gasmischung der Fall gewesen wäre.

Das Diffusionsgefäß bestand hiernach aus einem rechteckigen oben offenen Kasten (Fig. 2) von ca. 0,6 mm starkem Eisenblech, der im Mittel eine Tiefe von 50,3 cm, eine Länge von 50,3 cm und eine Breite von 7,1 cm hatte. Auf die eine breite Aussenseite des Kastens waren drei rechteckige, vorn und hinten offene Röhren (1, 2, 3 in der Fig.) von Eisenblech aufgelöthet, die möglichst gleiche Länge mit dem Kasten hatten. Neben den Oeffnungen dieser Röhren waren auf den schmalen verticalen Seiten in die Kastenwand Fenster eingeschnitten, die nebst den Mündungen der drei Röhren durch planparallele Glasplatten luftdicht verschlossen wurden. Die Höhe, resp. Breite der Fenster und ebenso des rechteckigen Querschnittes der drei Röhren betrug etwa 2 cm, resp. 3 cm, und der Abstand der Mitten der drei Fensterpaare von der oberen Mündung des Kastens war ungefähr 10 cm, 20 cm und 35 cm. Auf jede der Röhren waren zwei gut schliessende Messinghähne aufgesetzt, durch die man Gas aus- und eintreten lassen konnte; auch am Boden des Kastens war ein solcher Hahn angebracht. Um die obere Mündung des Kastens lief eine Gallerie von etwa 2 cm Breite und Tiefe, die theilweise mit Quecksilber gefüllt war; in das

Quecksilber tauchten die umgebogenen, an den Kanten fest zusammengenieteten Ränder eines starken kupfernen Deckels (wie es Fig. 3 im Querschnitt darstellt), der, an den Rändern amalgamirt, bei nicht zu grossem Ueberdruck (und ein solcher fand überhaupt bei den Versuchen nicht statt) den Kasten luftdicht nach oben abschloss und in seiner Mitte einen aufgelötheten Messinghahn trug. Der ganze Kasten ruhte auf zwei starken, etwa 1 m langen Holzleisten, die (in der Figur weggelassen) unter den langen Seiten der Galerie, mit ihr festverbunden, herliefen, und deren Enden angeschraubt waren an die Wände eines starken, weiten, den Eisenblechkasten ganz umgebenden, oben offenen Holzkastens, welch letzterer wieder, von zwei Holzleisten getragen auf festen Tischen lag. Dieser Holzkasten sollte ursprünglich Wasser aufnehmen, um in dem Diffusionsgefäß die Temperatur constant zu erhalten; da aber die Temperatur des Wassers nie ganz dieselbe war wie die der äusseren in das Gefäß diffundirenden Luft, so musste dies Vorhaben aufgegeben werden. Trotzdem wurde der Holzkasten beibehalten, da sich in ihm verhältnissmässig bequem das Diffusionsgefäß feststellen und verschieben liess. Natürlich hatte diese Holzumhüllung, z. B. den Fenstern des Eisenblechkastens gegenüber, die für die Beobachtungen nötigen Ausschnitte.

Die Interferenzplatten waren aus der Werkstatt von Steinheil in München, 3 cm dick, 6 cm lang, 4 cm hoch und von vorzüglicher Güte. Jede von ihnen war in ein kleines Stativ eingesetzt, das auf drei Fussschrauben ruhte und sich um eine verticale Axe drehen liess, sodass den Platten jede beliebige Stellung gegeben werden konnte. An dem einen Stativ befand sich noch eine Mikrometerschraube, die ganz kleine Drehungen um die verticale Axe auszuführen erlaubte. Die Interferenzstreifen wurden durch ein kleines, etwa achtmal vergrösserndes Fernrohr beobachtet, das mit einem Fadenkreuz versehen war. Bei vielen Versuchen wurde zwischen die zweite Glasplatte und das Fernrohr eine die Erscheinung vergrössernde Linse eingeschaltet.

Als Lichtquelle diente ein Bunsenbrenner, in dessen Flamme kleine Platintrichter mit geschmolzenem Kochsalz

geschoben wurden, sodass während zweier Stunden ein ruhiges, intensives Natriumlicht hergestellt war, an dem nichts geändert zu werden brauchte. Gegen die Strahlen der Flamme wurden alle Apparate mit Holz und Pappschirmen geschützt, nur zwischen die erste Glasplatte und die Flamme war ein Wasserschirm von etwa 5 cm Dicke gesetzt. Der Abstand des Brenners von den Glasplatten und dem Diffusionsgefäß betrug $1\frac{1}{2}$ bis 2 m. Die zwei Interferenzplatten waren ungefähr $1\frac{1}{2}$ m voneinander entfernt, und der Beobachter am Fernrohr sass in 3 m Abstand von dem Kasten. Um den Deckel des Kastens abheben zu können, während der Beobachter durch das Fernrohr sah, diente eine eiserne Gabel, die an einer starken hölzernen über 3 m langen Stange befestigt war. Diese Stange bildete einen Hebel, dessen horizontale Drehaxe an einem verticalen, hölzernen, auf drei Füßen fest im Erdboden ruhenden Gestell sich befand. Die eiserne Gabel des Hebels griff in zwei am Deckel des Kastens angebrachte eiserne Hacken ein, an denen der Deckel in die Höhe gehoben werden konnte. Der Hebelarm, an dessen Ende der Beobachter sass, wurde durch passende Gewichte stets so belastet, dass dieselben der Adhäsion des Quecksilbers (in der Galerie) an dem kupfernen Deckel fast das Gleichgewicht hielten, und es nur eines kleinen Druckes mit der Hand bedurfte, um den Hebel ohne jede Erschütterung des Kastens aufzuheben. Dann glitt der niedergedrückte Hebelarm an einer Führung völlig herab und wurde am Erdboden durch einen Hacken so festgehalten, dass der Deckel während des ganzen Versuchs etwa $\frac{3}{4}$ m über dem Kasten in einer Stellung schwiebte, aus der etwa an dem Kupfer haftende Quecksilbertropfen nicht mehr in den Kasten fallen konnten. Um eine momentane Verdünnung des eingeschlossenen Gases während der Abnahme des Deckels zu vermeiden, die dadurch hätte entstehen können, dass der schon ein wenig aufgehobene Deckel noch in Quecksilber tauchte, wurde kurz vor Beginn jedes Versuchs, während das Gas noch durch den Apparat strich, soviel Quecksilber aus der Galerie abgelassen, dass das zurückbleibende gerade noch an dem Kupfer adhäsirte, der Deckel aber nicht mehr

tiefer eintauchte. Es gelang so das beim Abheben des Deckels nie ganz zu vermeidende Hin- und Herschwanken der Interferenzstreifen sehr gering und kurz dauernd zu machen.

Die Beobachtungen wurden in einem geräumigen Keller angestellt, dessen Temperatur sich nur sehr langsam änderte, sie erstreckten sich blos auf die Diffusion von Kohlensäure gegen Luft. Man stellte die Kohlensäure aus Marmor und verdünnter Salzsäure dar, indem man die Säure aus einer höher stehenden in der Nähe ihres Bodens tubulirten Klärflasche durch einen Kautschukschlauch und den unteren Tubulus einer zweiten Klärflasche zu dem Marmor gelangen liess, der die letztere halb füllte. Die Kohlensäure ging durch eine Lösung von doppeltkohlensäurem Natron, über Chlorcalcium, über mit Schwefelsäure getränkten Bimsstein und durch mehrere mit concentrirter Schwefelsäure gefüllte Flaschen und trat durch den unteren Hahn in das Diffusionsgefäß ein. Von dem im Deckel befindlichen Hahn aus gelangte sie dann ins Freie. Die Klärflaschen waren so gross, dass fast 24 Stunden hindurch die Kohlensäure in lebhaftem, ununterbrochenem Strome durch den Apparat geleitet werden konnte. Die Füllung des Kastens wurde erst als beendigt angesehen, wenn das aus ihm austretende Gas fast völlig von Kalilauge absorbirt wurde, sodass von ungefähr 100 grossen Gasblasen nur etwa ein Bläschen von der Grösse eines Stecknadelknopfes unverschluckt blieb.

Ehe man die Versuche begann, wurde das Diffusionsgefäß mit Hülfe eines Senkels und des Quecksilbers in der Galerie vertical gestellt und die Glasplatten so gerichtet, dass die Interferenzstreifen deutlich sichtbar wurden und eines der zwei interferirenden Strahlenbündel durch den Kasten, das andere durch die anliegende Vergleichungsröhre trat. Um dann zu erreichen, dass das durch den Kasten gehende Strahlenbündel horizontal durch ihn hindurchtrat, d. h. dass es in gleichem Abstand von der Mündung in den Kasten ein- und aus ihm austrat, wurde das zur Beobachtung benutzte Fensterpaar bis auf einen von der Mündung in gemessenem Abstande befindlichen, horizontalen Spalt von 2 bis 3 mm Breite mit Papierstreifen zugeklebt. Dann waren

bei passender Stellung der Flamme und der Glasplatten trotz der kleinen Oeffnung noch eine geringe Zahl von Interferenzstreifen deutlich sichtbar. Vor die zwei einander gegenüberliegenden Spalte wurden in genau gemessenem gleichen Abstand von der Mündung des Kastens zwei horizontale Fäden aufgespannt, die als schwarze Striche vor den Interferenzstreifen sichtbar waren, und das Fernrohr schliesslich so gehoben oder gesenkt, dass die zwei Fäden einander deckten, und der Schnittpunkt des Fadenkreuzes auf sie fiel. Man übersah mit dem Fernrohr nur kleine Theile von etwa sechs bis sieben hellen und dunkeln Interferenzstreifen und stellte von vornherein die Glasplatten so, dass diese kurzen Stücke der Streifen horizontal liefen, dann bedurfte es nach der erwähnten Einstellung auf die Fäden höchstens einer ganz kleinen Drehung an einer der Stellschrauben der zweiten Glasplatte, um den Schnittpunkt des Fadenkreuzes auf die scharfe Grenze zwischen einem hellen und dunklen Streifen einzustellen. Zur Controle endlich, ob das Strahlenbündel nicht schräg, sondern parallel der breiten Seitenwand durch den Kasten hindurchtrat, wurde ein Lineal vertical an dieser Seitenwand hinab in den Kasten geschoben, dessen Breite etwa das halbe Fenster und dadurch auch einen Theil der Interferenzerscheinung verdeckte. Mit der Grenze des noch sichtbaren und des zugedeckten Theils der Streifen musste nun der Fadenkreuzschnittpunkt des um eine verticale Axe drehbaren Fernrohres zusammenfallen, mochte das Lineal sich unmittelbar vor dem Fenster befinden, durch das die Strahlen ein-, oder durch welches sie austraten. Durch kleine Verschiebungen des Kastens wurde dieses bald erreicht. Der Abstand der den Kasten passirenden Strahlen von der Seitenwand betrug etwa 1 cm. Waren alle diese Einstellungen gemacht, so wurden die Papierstreifen und Fäden vor den Fenstern entfernt, und die Apparate blieben unverrückt stehen, bis eine Reihe von Beobachtungen angestellt war. Darauf wurden wieder dieselben Controleen über die Stellung der Apparate zu einander ausgeführt und nur die Beobachtungen berücksichtigt, bei denen sich alles als während der Versuche unverändert geblieben erwies.

Beobachtungen.

Nach Füllung des Kastens mit Kohlensäure und Absperrung der Hähne wartete man, um das Gas zur Ruhe kommen zu lassen, stets 10 bis 15 Minuten, ehe man den Deckel abhob. Unterdessen wurden der Barometerstand und der Stand zweier Thermometer abgelesen, die in Fünftelgrade getheilt waren, und von denen eines sich neben der Mündung, das andere sich neben dem Boden des Diffusionsgefäßes befand. Die zwei Thermometer zeigten meistens eine nicht zu vermeidende Differenz von einigen Zehntelgraden, und auch während des Versuchs stieg die Temperatur in dem Keller, aber für beide Thermometer fast ganz gleichmässig, um höchstens $1\frac{1}{2}^{\circ}$ C.

Die Beobachtungen wurden nun in der Weise angestellt, dass man die Zeiten notirte, zu denen entsprechende Punkte der Interferenzerscheinung an dem Fadenkreuzschnittpunkt des Fernrohrs vorübergingen, oder, wie wir sagen wollen, zu denen sich der 1., 2., n. Interferenzstreifen verschoben hatte. Unter einem Interferenzstreifen verstehen wir hier die Summe eines hellen und dunkeln Streifens. Die Zeit wurde an einem Chronometer abgelesen, der neben dem Beobachter stand, und dessen halbe Secundenschläge von ihm gehört werden konnten. Bei Anfang jedes Versuchs war, wie erwähnt, der Fadenkreuzschnittpunkt auf die Grenze eines hellen und dunklen Streifens eingestellt. Gelangte dann bei allmählicher Verschiebung der Streifen jener Schnittpunkt wieder in die Nähe einer solchen Grenze, so begann man die Schläge der Uhr zu zählen bis zu dem gesuchten Moment, in dem Fadenkreuzschnittpunkt und Streifengrenze wieder zusammenfielen. Um den Abstand des Querschnittes, in dem der Diffusionsvorgang beobachtet wurde, von der Mündung des Kastens zu bestimmen, schob man einmal ein Lineal an der schmalen Vorderwand und nachher auch an der Hinterwand senkrecht in den Kasten hinab, bis dasselbe die gerade benutzten Fenster so weit verdeckte, dass die untere Kante des Lineals mit dem Schnittpunkt des Fadenkreuzes im Fernrohre zusammenfiel. Dann markirte man die Länge des

in den Kasten geschobenen Linealstücks und mass sie möglichst genau. War die Einstellung des Apparates vorher gut gemacht, so stimmten die zwei beim Hinabschieben an der Vorder- und Hinterwand des Kastens auf dem Lineal aufgetragenen Längen bis auf Bruchtheile eines Millimeters überein.

Die Beobachtungen wurden meistens, nachdem 60 Streifen am Fadenkreuz des Fernrohrs vorbeigewandert waren, abgebrochen, da, wenigstens für das unterste Fensterpaar, dann die Verschiebung der Streifen so langsam vor sich ging, dass die Zeit, zu der die Grenze zwischen einem dunkeln und hellen Streifen mit dem Schnittpunkt des Fadenkreuzes zusammenfiel, nicht mehr scharf beobachtet werden konnte. Auch musste man bei längerer Versuchsdauer fürchten, dass das langsame Steigen der Kellertemperatur die Versuchsergebnisse fälschte. Die Beobachtungen durch das unterste Gläserpaar ergaben die Zeit des Vorübergangs des 60. Streifens auf etwa zehn Secunden genau, während bei den mittleren resp. obersten Fenstern der Fehler in der Zeitbestimmung für 60 Streifen höchstens sieben resp. drei Secunden betragen wird.

Den Verlauf der Diffusion und die Uebereinstimmung der einzelnen Versuche zeigen folgende möglichst schnell nacheinander angestellte Beobachtungsreihen, die allerdings insofern nicht ganz untereinander vergleichbar sind, als im Lauf der Zeit die Temperatur im Keller um über 2° C. stieg, und auch der Druck bei den einzelnen Versuchen nicht ganz derselbe war.

In den Tabellen bezeichnet p_0 den auf 0° C. reducierten Barometerstand und ϑ die mittlere Temperatur des Gases vor dem Versuche, die gestrichenen Buchstaben beziehen sich auf die entsprechenden Grössen nach der Beobachtung. A ist die Anzahl der verschobenen Interferenzstreifen, t die vom Beginn des Versuchs an gerechnete Zeit, welche die Verschiebung vom A Streifen erforderte, x ist der Abstand des Querschnitts, in dem der Diffusionsvorgang beobachtet wurde, von der Mündung des Kastens.

Tabelle I.
x = 10,0 cm.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	Mittel
A	t min sec	t min sec					
29. Juni 1881	29. Juni	30. Juni	30. Juni	30. Juni	1. Juli	1. Juli	
11 h 7 min 0 sec	2 h 55 min 0 sec	11 h 46 min 0 sec	6 h 20 min 0 sec	9 h 42 min 0 sec	11 h 58 min 0 sec		
$p_0 = 754,5$ mm	$p_0 = 755,4$ mm	$p_0 = 760,2$ mm	$p_0 = 758,4$ mm	$p_0 = 756,5$ mm	$p_0 = 754,9$ mm	$p_0 = 756,6$ mm	
$p_0' = 755,0$ mm	$p_0' = 755,5$ mm	$p_0' = 760,0$ mm	$p_0' = 758,4$ mm	$p_0' = 756,1$ mm	$p_0' = 754,5$ mm	$\sigma = 16,8^\circ$ C.	
$\vartheta = 16,8^\circ$ C.	$\vartheta = 16,8^\circ$ C.	$\vartheta = 16,6^\circ$ C.	$\vartheta = 16,6^\circ$ C.	$\vartheta = 16,4^\circ$ C.	$\vartheta = 16,6^\circ$ C.	$\vartheta = 16,8^\circ$ C.	
$\vartheta = 17,1^\circ$ C.	$\vartheta = 17,0^\circ$ C.	$\vartheta = 16,6^\circ$ C.	$\vartheta = 16,9^\circ$ C.	$\vartheta = 16,9^\circ$ C.	$\vartheta = 16,8^\circ$ C.	$\vartheta = 16,9^\circ$ C.	
1.	— 37	— 33	— 29	— 28	— 33	— 32	— 32,0
2.	— 48	— 43	— 40	— 40	— 44	— 43	— 43,0
3.	— 57	— 51,5	— 50	— 50	— 53	— 51	— 52,1
4.	1 5	1 0	— 57	— 58	1 1	— 59	1 0,0
5.	— 12	— 6	1 4	1 4	— 7,5	1 6	— 6,5
6.	— 19	— 12	— 10,5	— 11	— 14	— 12	— 13,1
7.	— 25,5	— 19	— 17	— 18	— 20,5	— 18	— 19,7
8.	— 32	— 25	— 23	— 25	— 27	— 25	— 26,2
9.	— 38	— 31	— 29,5	— 31	— 33	— 31	— 32,2
10.	— 44	— 37	— 35,5	— 37	— 39	— 37	— 38,2
11.	— 50	— 43	— 42	— 43	— 45	— 43	— 44,3
12.	— 56	— 49	— 48	— 49	— 51	— 49	— 50,3
13.	2 2	— 55,5	— 54	— 55	— 58	— 55	— 56,6
14.	— 8,5	2 1	2 0	2 1	2 4	2 1	2 2,6
15.	— 15	— 8	— 6,5	— 7	— 10	— 7,5	— 9,0
16.	— 21	— 14	— 13	— 12,5	— 16	— 13,5	— 15,0
17.	— 27	— 21	— 19,5	— 20	— 22,5	— 20	— 21,7
18.	— 34	— 27	— 26	— 26,5	— 29	— 27	— 28,2
19.	— 40	— 33	— 32,5	— 33	— 36	— 33	— 34,7
20.	— 47	— 40	— 39,5	— 39,5	— 42,5	— 40	— 41,4
21.	— 54	— 47	— 46	— 47	— 49	— 47	— 48,5
22.	3 1,5	— 54	— 53	— 54	— 56	— 54	— 55,4
23.	— 8	3 1	3 0	3 1	3 8,5	3 1,5	3 2,5
24.	— 16	— 8,5	— 7,5	— 9	— 11	— 9	— 10,2
25.	— 23,5	— 16	— 15	— 16,5	— 18,5	— 17	— 17,7
26.	— 31	— 24	— 22,5	— 24,5	— 26	— 24	— 25,3
27.	— 38,5	— 31	— 31	— 32	— 34	— 32	— 33,1
28.	— 46,5	— 40	— 39	— 40,5	— 42	— 40	— 41,3
29.	— 55	— 47,5	— 48	— 48,5	— 51	— 49	— 49,8
30.	4 4	— 56	— 56,5	— 57	4 0	— 57,5	— 58,5
31.	— 12,5	4 5	4 5	4 5,5	— 8	4 6	4 7,0

(Fortsetzung von Tabelle I.)

A	I.		II.		III.		IV.		V.		VI.		Mittel	
		<i>t</i>		<i>t</i>		<i>t</i>		<i>t</i>		<i>t</i>		<i>t</i>		<i>t</i>
	min	sec	min	sec	min	sec	min	sec	min	sec	min	sec	min	sec
32.	—	22	—	14	—	14	—	15	—	17,5	—	14,5	—	16,2
33.	—	31	—	23,5	—	23,5	—	25	—	27	—	24	—	25,7
34.	—	41	—	33	—	33	—	34	—	37	—	34	—	35,3
35.	—	51	—	44	—	43	—	43	—	46,5	—	44	—	45,2
36.	5	1	—	54	—	53,5	—	54	—	56	—	54	—	55,4
37.	—	11	5	5	5	4	5	4,5	5	7,5	5	4,5	5	6,1
38.	—	22	—	15	—	15	—	15	—	18	—	15	—	16,7
39.	—	33	—	26	—	26,5	—	26,5	—	29	—	26,5	—	27,9
40.	—	45	—	38	—	38	—	38	—	40,5	—	39	—	39,7
41.	—	57	—	50	—	49,5	—	49,5	—	54	—	50	—	51,7
42.	6	10	6	2,5	6	1	6	2	6	6	6	3,5	6	4,2
43.	—	23	—	15	—	14	—	15	—	19	—	16	—	17,0
44.	—	36	—	29	—	27,5	—	29	—	32	—	29,5	—	30,5
45.	—	50	—	43	—	41,5	—	43	—	46	—	43	—	44,4
46.	7	4,5	—	57	—	56	—	57	7	0,5	—	57	—	58,7
47.	—	18	7	12	7	10,5	7	12	—	15	7	11,5	7	13,2
48.	—	33	—	27	—	26	—	27,5	—	31	—	27	—	28,6
49.	—	50	—	43	—	42	—	43	—	46,5	—	43	—	44,6
50.	8	7	8	0	—	58	—	59	8	2,5	—	59	8	0,9
51.	—	24	—	17	8	15,5	8	16	—	21	8	16	—	18,2
52.	—	41,5	—	35	—	34	—	35	—	39	—	33	—	36,2
53.	9	0	—	54	—	52	—	54	—	58	—	52	—	55,0
54.	—	19	9	13	9	12	9	13	9	18	9	11	9	14,3
55.	—	39	—	33	—	32	—	33	—	38	—	32	—	34,5
56.	10	0	—	53	—	53	—	54	—	59	—	53	—	55,8
57.	—	22	10	17	10	15	10	16	10	19	10	15	10	17,3
58.	—	46	—	40	—	37	—	40	—	44	—	38	—	40,8
59.	11	10,5	11	5	11	1	11	3	11	8	11	3	11	5,1
60.	—	36	—	30	—	27	—	28	—	33	—	29	—	30,5
61.	—	—	—	56	—	52	—	53	—	59	—	55	—	55,0
62.	—	—	12	23	12	20	12	23	12	26	12	24	12	23,2
63.	—	—	—	52	—	49	—	52	—	56	—	54	—	52,6
64.	—	—	13	24	13	20	13	22	13	26	13	25	13	23,4
65.	—	—	—	55	—	51	—	54	—	58	—	59	—	55,4
66.	—	—	14	29	14	24	14	27	14	32	14	33	14	29,0
67.	—	—	15	3	—	58	15	4	15	7	15	9	15	4,2
68.	—	—	—	42	15	38	—	43	—	45	—	44	—	42,4
69.	—	—	16	21	16	19	16	22	16	27	16	25	16	22,8
70.	—	—	17	2	17	0	17	3	17	8	17	7	17	4,0

Tabelle II.

 $x = 20,1$ cm.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	Mittel
7. Juli	9. Juli	9. Juli	9. Juli	10. Juli	10. Juli	10. Juli	
9 h 49 min 0 sec	9 h 33 min 0 sec	9 h 36 min 0 sec	7 h 10 min 0 sec	9 h 20 min 0 sec	2 h 30 min 0 sec		
$p_0 = 753,9$ mm	$p_0 = 751,2$ mm	$p_0 = 752,7$ mm	$p_0 = 753,4$ mm	$p_0 = 753,5$ mm	$p_0 = 754,3$ mm	$p_0 = 753,2$ mm	
$p_0' = 754,0$ mm	$p_0' = 751,4$ mm	$p_0' = 752,6$ mm	$p_0' = 753,7$ mm	$p_0' = 753,8$ mm	$p_0' = 754,0$ mm	$p_0' = 753,9$ mm	
$\vartheta = 17,2^\circ$ C.	$\vartheta = 17,3^\circ$ C.	$\vartheta = 17,3^\circ$ C.	$\vartheta = 17,4^\circ$ C.	$\vartheta = 17,3^\circ$ C.	$\vartheta = 17,3^\circ$ C.	$\vartheta = 17,3^\circ$ C.	
$\vartheta' = 17,6^\circ$ C.	$\vartheta' = 17,6^\circ$ C.	$\vartheta' = 17,6^\circ$ C.	$\vartheta' = 17,8^\circ$ C.	$\vartheta' = 17,6^\circ$ C.	$\vartheta' = 17,6^\circ$ C.	$\vartheta' = 17,7^\circ$ C.	
<i>A</i>	<i>t</i> min sec	<i>t</i> min sec					
1.	2 47	2 47	2 52	2 57	2 48	2 55	2 51
2.	3 32	3 31	3 37	3 40	3 33	3 41	3 42
3.	4 4	4 4	4 12	4 14	4 9	4 15	4 10
4.	— 35	— 34	— 41	— 42	— 39	— 44	— 39
5.	5 1	5 1	5 9	5 10	5 5	5 9	5 6
6.	— 27	— 27	— 33	— 35	— 30	— 36	— 31
7.	— 52	— 52	— 58	6 0	— 56	6 2	— 57
8.	6 17	6 16	6 23	— 23	6 17	— 25	6 20
9.	— 41	— 40	— 45	— 47	— 43	— 50	— 44
10.	7 4	7 4	7 9	7 11	7 7	7 12	7 8
11.	— 28	— 28	— 34	— 36	— 30	— 35	— 32
12.	— 50	— 52	— 58	8 0	— 55	8 0	— 56
13.	8 14	8 17	8 22	— 22	8 18	— 24	8 19
14.	— 39	— 40	— 47	— 47	— 43	— 48	— 44
15.	9 3	9 4	9 10	9 12	9 7	9 13	9 8
16.	— 28	— 30	— 35	— 37	— 31	— 38	— 33
17.	— 53	— 56	10 1	10 2	— 56	10 2	— 58
18.	10 19	10 20	— 27	— 26	10 21	— 27	10 23
19.	— 46	— 46	— 52	— 52	— 46	— 54	— 49
20.	11 12	11 14	11 19	11 20	11 14	11 22	11 17
21.	— 38	— 40	— 45	— 45	— 42	— 48	— 43
22.	12 6	12 7	12 13	12 15	12 8	12 16	12 11
23.	— 34	— 36	— 41	— 41	— 37	— 44	— 39
24.	13 3	13 5	13 10	13 11	13 6	13 12	13 8
25.	— 33	— 34	— 41	— 40	— 37	— 39	— 37
26.	14 3	14 5	14 11	14 10	14 7	14 11	14 8
27.	— 34	— 36	— 43	— 41	— 38	— 42	— 39
28.	15 7	15 8	15 14	15 18	15 9	15 14	15 11
29.	15 38	15 41	15 45	15 47	15 42	15 46	15 43
30.	16 13	16 15	16 19	16 20	16 15	16 18	16 17
31.	— 47	— 49	— 54	— 53	— 51	— 55	— 51

(Fortsetzung von Tabelle II.)

A	I.		II.		III.		IV.		V.		VI.		Mittel	
	<i>t</i>	min sec												
32.	17	22	17	26	17	30	17	27	17	27	17	31	17	27
33.	18	1	18	4	18	7	18	5	18	0	18	7	18	4
34.	—	36	—	42	—	45	—	45	—	41	—	43	—	42
35.	19	16	19	19	19	21	19	24	19	19	19	23	19	20
36.			20	2	20	4	20	5	—	58	20	3	20	2
37.	20	37	—	42	—	45	—	46	—	43	—	43	—	43
38.	21	21	21	26	21	28	21	28	21	26	21	26	21	26
39.	22	5	22	10	22	12	22	12	22	10	22	10	22	10
40.	—	48	—	55	—	56	—	59	—	55	23	1	—	57
41.	23	36	23	43	23	43	23	46	23	41	—	42	23	42
42.	24	27	24	31	24	32	24	35	24	30	24	31	24	31
43.	25	16	25	22	25	22	25	25	25	22	25	22	25	21
44.	26	9	26	15	26	14	26	16	26	11	26	15	26	13
45.	27	2	27	10	27	11	27	11	27	7	27	9	27	8
46.	28	0	28	6	28	4	28	7	28	4	28	6	28	4
47.	—	58	29	3	29	1	29	4	29	0	29	3	29	1
48.	29	56	30	3	30	2	30	4	30	1	30	2	30	1
49.	30	57	31	4	31	5	31	6	31	4	31	0	31	3
50.	32	0	32	8	32	10	32	10	32	7	32	6	32	7
51.	33	6	33	20	33	16	33	16	33	14	33	9	33	15
52.	34	13	34	27	34	27	34	28	34	23	34	18	34	22
53.	35	24	35	36	35	37	35	38			35	30	35	32
54.	36	38	36	50	36	49	36	46	36	47	36	42	36	45
55.	37	54	38	5	38	4	38	1	38	3	37	55	38	0
56.	39	18	39	24	39	20	39	19	39	21	39	18	39	18
57.	40	34	40	46	40	41	40	38	40	42	40	38	40	39
58.	41	56	42	11	42	2	42	0	42	2	41	56	42	1
59.	43	20	43	37	43	28	43	25	43	28	43	21	43	28
60.	44	46	45	5	44	57	44	53	44	55	44	45	44	53

Tabelle III.

x = 35,2 cm.

A	I.		II.		III.		IV.		V.		VI.		VII.		Mittel		
	t min	t sec	t min	t sec	t min	t sec	t min	t sec	t min	t sec	t min	t sec	t min	t sec	t min	t sec	
17. Juli	17. Juli	18. Juli	20. Juli	21. Juli	23. Juli	23. Juli											
10 h 32 min 0 s	5 h 30 min 0 sec	6 h 22 min 0 sec	10 h 36 min 0 s	6 h 9 min 0 sec	9 h 21 min 0 sec	3 h 20 min 0 sec											
$p_0 = 753,4$ mm	$p_0 = 753,1$ mm	$p_0 = 751,9$ mm	$p_0 = 747,0$ mm	$p_0 = 748,6$ mm	$p_0 = 754,0$ mm	$p_0 = 753,3$ mm											
$p_0 = 753,3$ mm	$p_0 = 753,4$ mm	$p_0 = 751,9$ mm	$p_0 = 746,9$ mm	$p_0 = 749,1$ mm	$p_0 = 753,8$ mm	$p_0 = 753,2$ mm											
$\vartheta = 18,7^\circ$ C.	$\vartheta = 18,7^\circ$ C.	$\vartheta = 18,8^\circ$ C.	$\vartheta = 18,8^\circ$ C.	$\vartheta = 19,1^\circ$ C.	$\vartheta = 18,9^\circ$ C.	$\vartheta = 18,9^\circ$ C.											
$\vartheta = 19,0^\circ$ C.	$\vartheta = 19,1^\circ$ C.	$\vartheta = 19,1^\circ$ C.	$\vartheta = 19,1^\circ$ C.														
$\vartheta = 19,0^\circ$ C.	$\vartheta = 19,1^\circ$ C.	$\vartheta = 19,1^\circ$ C.	$\vartheta = 19,1^\circ$ C.														
A	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	
1.	8 50	8 30	8 40	8 54	9 0	8 51	8 55	8 49									
2.	10 57	10 42	10 52	11 0	11 8	10 56	11 0	10 56									
3.	12 30	12 22	12 37	12 42	12 52	12 35	12 44	12 37									
4.	13 56	13 54	14 8	14 10	14 14	13 58	14 9	14 3									
5.	15 20	15 12	15 25	15 28	15 33	15 17	15 24	15 23									
6.	16 34	16 28	16 43	16 45	16 46	16 32	16 40	16 38									
7.	17 45	17 45	17 55	17 57	17 59	17 45	17 51	17 51									
8.	18 59	18 54	19 6	19 5	19 11	18 54	19 3	19 0									
9.	20 7	20 2	20 15	20 20	20 21	20 3	20 11	20 11									
10.	21 16	21 13	21 23	21 28	21 30	21 11	21 19	21 10									
11.	22 23	22 20	22 31	22 36	22 38	22 16	22 26	22 27									
12.	23 34	23 27	23 39	23 41	23 45	23 34	23 38	23 35									
13.	24 40	24 33	24 45	24 50	24 51	24 31	24 42	24 15									
14.	25 48	25 39	25 52	25 56	25 59	25 36	25 45	25 48									
15.	26 56	26 46	26 58	27 3	27 6	26 42	26 52	26 55									
16.	28 2	27 55	28 5	28 10	28 12	27 50	27 58	28 2									
17.	29 7	29 0	29 11	29 15	29 18	28 55	29 2	29 1									
18.	30 13	30 7	30 17	30 21	30 25	30 2	30 9	30 13									
19.	31 20	31 15	31 25	31 30	31 32	31 8	31 17	31 21									
20.	32 27	32 21	32 31	32 38	32 37	32 15	32 22	32 27									
21.	33 37	33 30	33 29	33 44	33 47	33 21	33 30	33 34									
22.	34 43	34 37	34 47	34 51	34 49	34 29	34 36	34 41									
23.	35 53	35 44	35 55	36 0	35 56	35 38	35 45	35 50									
24.	37 2	36 54	37 5	37 8	37 4	36 48	36 55	36 59									
25.	38 11	38 3	38 14	38 17	38 13	37 57	38 4	38 8									
26.	39 21	39 12	39 23	39 27	39 21	39 6	39 14	39 18									
27.	40 33	40 22	40 33	40 37	40 36	40 16	40 24	40 29									
28.	41 41	41 33	41 45	41 47	41 56	41 26	41 34	41 40									
29.	42 53	42 44	42 55	42 58	42 57	42 36	42 45	42 50									
30.	44 5	43 56	44 5	44 11	44 10	43 49	43 56	44 2									
31.	45 18	45 8	45 18	45 24	45 24	44 59	45 6	45 14									
32.	46 30	46 21	46 29	46 38	46 37	46 14	46 19	46 27									

viele

me

no

Ve

7°

(Fortsetzung von Tabelle III.)

A	I.		II.		III.		IV.		V.		VI.		VII.		Mittel	
	t	h min sec	t	h min sec	t	h min sec	t	h min sec	t	h min sec	t	h min sec	t	h min sec		
33.	—	47 47	—	47 32	—	47 50	—	47 52	—	47 52	—	47 29	—	47 33	—	47 42
34.	—	49 4	—	48 47	—	49 3	—	49 8	—	49 7	—	48 43	—	48 49	—	48 57
35.	—	50 20	—	50 2	—	50 18	—	50 22	—	50 20	—	49 59	—	50 5	—	50 12
36.	—	51 36	—	51 20	—	51 35	—	51 40	—	51 40	—	51 14	—	51 22	—	51 30
37.	—	52 54	—	52 34	—	52 50	—	52 56	—	52 56	—	52 31	—	52 37	—	52 45
38.	—	54 10	—	53 52	—	54 7	—	54 14	—	54 20	—	53 47	—	53 57	—	54 4
39.	—	55 27	—	55 19	—	55 25	—	55 31	—	55 39	—	55 6	—	55 16	—	55 23
40.	—	56 47	—	56 36	—	56 45	—	56 51	—	56 58	—	56 24	—	56 34	—	56 42
41.	—	58 8	—	57 57	—	58 5	—	58 18	—	58 20	—	57 44	—	57 53	—	58 3
42.	—	59 29	—	59 19	—	59 26	—	59 32	—	59 45	—	59 6	—	59 15	—	59 25
43.	1	0 50	1	0 44	1	0 47	1	0 53	1	1 7	1	0 28	1	0 38	1	0 47
44.	—	2 18	—	2 9	—	2 9	—	2 19	—	2 80	—	1 51	—	2 1	—	2 10
45.	—	3 38	—	3 31	—	3 32	—	3 44	—	3 55	—	3 18	—	3 24	—	3 35
46.	—	5 5	—	4 53	—	4 57	—	5 10	—	5 17	—	4 44	—	4 49	—	4 59
47.	—	6 31	—	6 20	—	6 22	—	6 34	—	6 45	—	6 11	—	6 18	—	6 28
48.	—	7 59	—	7 45	—	7 50	—	8 3	—	8 14	—	7 37	—	7 48	—	7 53
49.	—	9 28	—	9 19	—	9 16	—	9 30	—	9 43	—	9 7	—	9 11	—	9 22
50.	—	10 57	—	10 46	—	10 46	—	11 0	—	11 14	—	10 37	—	10 41	—	10 52
51.	—	12 26	—	12 16	—	12 16	—	12 31	—	12 44	—	12 7	—	12 14	—	12 22
52.	—	13 57	—	13 46	—	13 48	—	14 1	—	14 15	—	13 38	—	13 47	—	13 53
53.	—	15 31	—	15 19	—	15 19	—	15 34	—	15 48	—	15 12	—	15 20	—	15 26
54.	—	17 1	—	16 51	—	16 54	—	17 9	—	17 25	—	16 48	—	16 54	—	17 0
55.	—	18 39	—	18 30	—	18 32	—	18 45	—	19 2	—	18 26	—	18 33	—	18 38
56.	—	20 14	—	20 10	—	20 8	—	20 23	—	20 34	—	20 4	—	20 10	—	20 15
57.	—	22 0	—	21 45	—	21 46	—	22 2	—	22 14	—	21 42	—	21 47	—	21 54
58.	—	23 40	—	23 22	—	23 26	—	23 42	—	23 53	—	23 22	—	23 27	—	23 33
59.	—	25 19	—	25 4	—	25 7	—	25 25	—	25 34	—	25 2	—	25 9	—	25 14
60.	—	27 0	—	26 48	—	26 51	—	27 8	—	27 15	—	26 47	—	26 53	—	26 57

Ausser den angeführten Beobachtungen sind noch sehr viele ähnliche gemacht worden. Wir werden diese aber bei der späteren Berechnung nicht berücksichtigen, da die Barometer- und Thermometerstände bei den einzelnen von ihnen noch mehr untereinander abweichen als in den obenstehenden Versuchen, und doch die Temperaturdifferenz, von höchstens 7° C., wieder nicht gross genug war, um die Abhängigkeit der Diffusion von der Temperatur scharf aus ihnen bestimmen zu können. Dass die Diffusion bei höherer Temperatur

schneller vor sich geht, ergaben aber alle Beobachtungen sehr deutlich.

Die obigen Tabellen zeigen bei den einzelnen Versuchen in den Angaben über die Zeiten, welche zur Verschiebung der ersten Interferenzstreifen nöthig sind, grössere Abweichungen untereinander als für die späteren Streifen. Es konnte eben das Abheben des Deckels nicht immer ganz mit der wünschenswerthen Gleichartigkeit geschehen. Trotz dieser Fehlerquelle stellen die einzelnen Beobachtungsreihen, bei denen auch Druck und Temperatur nie ganz dieselben waren, den Verlauf der Diffusion mit grosser Uebereinstimmung dar. So sind z. B. die grössten Abweichungen, welche die einzelnen Versuche bei der Bestimmung der zur Verschiebung von 60 Streifen nöthigen Zeit voneinander zeigen, für das unterste Gläserpaar $\frac{1}{2}$ Proc., für das mittlere etwa 0,7 Proc. und für das oberste 1,3 Proc. der Versuchsdauer.

In Fig. 4 ist die Aenderung des Partialdruckes der Kohlensäure im Kasten mit der Zeit graphisch dargestellt. Als Einheit der Abscissen ist die Zeit gewählt, die zur Verschiebung von 60 Streifen erforderlich war; die Ordinaten bezeichnen die Anzahl der verschobenen Interferenzstreifen, deren Zunahme proportional ist der Abnahme des Partialdruckes der Kohlensäure. Die Curven I, II, III beziehen sich auf die Beobachtungen mit dem obersten, mittleren und untersten Fensterpaar und gelten für den Druck und die Temperatur, die in den drei Tabellen als „mittlere“ angegeben sind, sie zeigen, dass wenigstens in den tieferen Schichten des Gefässes die Aenderung des Partialdruckes fast proportional mit der Zeit erfolgt.

Berechnung des Diffusionscoefficienten und Discussion der Resultate.

Die angeführten Versuche sollen nun dazu dienen, um aus ihnen den sogenannten Diffusionscoefficienten für verschiedene Zeitpunkte und an verschiedenen Orten des Diffusionsgefäßes zu berechnen. Dieser Coefficient, der die Stärke des Diffusionstromes, d. h. die Geschwindigkeit, mit der die Gase sich mischen, bestimmt, ist definiert als das auf die

Druckeinheit bezogene Gasvolumen, das in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit tritt, wenn für jedes der zwei diffundirenden Gase der Druck sich um die Einheit in der Einheit der Entfernung ändert. Wie die Differentialgleichung:

$$(5) \quad \frac{\partial p}{\partial t} = k \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

zeigt, welche die in der x -Richtung erfolgende, ruhige Diffusion zweier Gase ineinander, auf die keine äusseren Kräfte wirken, darstellt, sind die Dimensionen des Diffusionscoefficienten $k = \frac{\text{Quadrat d. Längeneinheit}}{\text{Zeiteinheit}}$; wir wollen das Centimeter zur Längeneinheit, die Secunde als Zeiteinheit wählen. Es bezeichnet in unserem Falle p den Partialdruck der Kohlensäure im Kasten, die x sollen von der oberen Oeffnung des Kastens vertical abwärts als positiv gerechnet werden, und h sei die Tiefe des Kastens, und zwar ist $h = 50,3$ cm. Bedenken wir dann, dass die Kohlensäure in die freie Atmosphäre diffundirt und infolge ihrer Schwere aussen an den Wänden des Gefäßes herabsinken wird, so erhalten wir bei unserer Versuchsanordnung als Grenzbedingungen:

$$\left. \begin{array}{l} p = 0 \text{ für } x = 0 \\ \partial p / \partial x = 0 \text{ für } x = h \end{array} \right\} \text{für alle } t$$

und als Anfangsbedingungen:

$$p = p_0 \text{ für } 0 < x < h \text{ und für } t = 0,$$

wo p_0 den Druck der Kohlensäure im Diffusionsgefäß vor Beginn des Versuchs d. h. den beobachteten Barometerstand bezeichnet. Ein particuläres Integral von (5) ist:

$$p = (C \sin \alpha x + C_1 \cos \alpha x) e^{-\alpha^2 h t},$$

und hier sind die drei Constanten C , C_1 , α aus den angeführten Bedingungen zu bestimmen. Damit der ersten Grenzbedingung genügt werde, muss $C_1 = 0$ sein, dann ergibt die zweite Grenzbedingung:

$$\alpha C \cos \alpha x e^{-\alpha^2 h t} = 0 \text{ für } x = h,$$

und diese Gleichung wird erfüllt, wenn wir setzen:

$$\alpha h = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \quad \text{d. h.: } \alpha = \frac{(2n + 1)\pi}{2h},$$

wo n die Zahlen 0, 1, 2 etc. bedeutet. Das allgemeine Integral von (5) wäre somit:

$$p = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin \frac{(2n+1)\pi}{2h} x \cdot e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2}{4h^2} kt}$$

Nach der Anfangsbedingung muss aber sein:

$$p_0 = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin \frac{(2n+1)\pi}{2h} x, \quad \text{von } x=0 \text{ bis } x=h.$$

Nach Fourier's Reihenentwickelung lässt sich p_0 in der Form darstellen:

$$p_0 = \sum_{m=0}^{\infty} a_m \sin \frac{m\pi x}{2h}, \quad \text{wo: } a_m = \frac{1}{h} \int_0^h p_0 \sin \frac{m\pi x}{2h} dx.$$

Durch Vergleichung dieser zwei Ausdrücke für p_0 bestimmen sich die C_n und man findet als allgemeines Integral von (5):

$$(6) \quad p = \frac{4p_0}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin \frac{(2n+1)\pi}{2h} x \cdot e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2}{4h^2} kt}$$

oder nach Gleichung (4):

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_0 - A = \frac{4A_0}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi}{2h} x \cdot e^{-\frac{\pi^2}{4h^2} kt} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi}{2h} x \cdot e^{-\frac{9\pi^2}{4h^2} kt} \right. \\ \quad \left. + \frac{1}{5} \sin \frac{5\pi}{2h} x \cdot e^{-\frac{25\pi^2}{4h^2} kt} + \dots \right\} \end{array} \right.$$

Hier ist nach Gleichung (2):

$$A_0 = (n_1 - n_0) \frac{L_1}{\lambda},$$

wo n_1 und n_0 die Brechungsexponenten der Kohlensäure und Luft für Natriumlicht bei dem Barometerstand und der Temperatur des Versuches sind. In dem Kellerraum war die Luft stets feucht und jedenfalls, trotz oft bewirkten Durchzugs, bei der fast ununterbrochenen Kohlensäureentwickelung auch etwas kohlensäurehaltig, für solche Luft ist nach Ketteler¹⁾ bei 760 mm Druck und 0° C.:

$n_0 = 1,000\,294\,70$ und für Kohlensäure: $n_1 = 1\,000\,449\,22$.

Ferner ist $\lambda = 0\,000\,588\,8$ mm, und es wurde gemessen:

$$L_1 = 502,7 \text{ mm.}$$

Demnach wäre bei dem Barometerstand p_0 und der Temperatur ϑ :

1) l. e.

$$A_0 = \frac{p_0}{760} \cdot \frac{0,000\,154\,52}{1 + \gamma \vartheta} \cdot \frac{502,7}{0,000\,5888}$$

wo γ den Ausdehnungscoefficienten der Gase bezeichnet. Setzen wir für p_0 und ϑ die Barometer- und Thermometerstände ein, die in den Tabellen I, II, III unter der Ueberschrift „Mittel“ angeführt sind, so ergibt sich für die Beobachtungen durch das oberste, mittlere und unterste Fensterpaar A_0 als:

$$A_0 = 123,72 \text{ für } x = 10,0 \text{ cm,}$$

$$A_0 = 122,86 \text{ für } x = 20,1 \text{ cm,}$$

$$A_0 = 121,96 \text{ für } x = 35,2 \text{ cm.}$$

Die annähernde Richtigkeit dieser Zahlen wurde geprüft, indem man die Kohlensäure aus dem Kasten mit einer kleinen Handpumpe langsam und vorsichtig herauspumpte und Luft eintreten liess, bis in dem Kasten durch Kalkwasser keine Spur von Kohlensäure mehr nachzuweisen war. Die Zahl der Interferenzstreifen, die bei diesem Verfahren am Fadenkreuz des Fernrohrs vorbeiwanderten, betrug in der That stets 122 bis 124.

Da die Anzahl A und die Zeit t der verschobenen Interferenzstreifen direct durch die Versuche ermittelt wurde und ebenso der Abstand x des Querschnittes des Diffusionsgefäßes, durch den beobachtet wurde, gemessen war, so liess sich k aus der Gleichung (7) berechnen.

Für alle angestellten Versuche war die Zeit t ziemlich klein, und es mussten deshalb stets mehrere Glieder der Reihe berücksichtigt werden. k wurde dann in der Weise bestimmt, dass man von vornherein t einen willkürlichen Werth gab, indem man setzte:

$$(8) \quad t = \frac{4h^3}{\pi^3 k z},$$

wo z eine passend gewählte Zahl bedeutet, und mit diesem t die einzelnen Glieder der Reihe (7) bildete, bis deren absolute Grösse kleiner als $\frac{1}{50000}$ wurde. Die rechte Seite von (7) ergab so im allgemeinen einen unechten Bruch für $A_0 - A$ und auch für die Zahl A der verschobenen Interferenzstreifen, z. B. $A = 47,93$; dann musste durch Interpolation zwischen den Zeiten, die für das Passiren des 47.

und 48. Streifens notirt waren, der Zeitpunkt t bestimmt werden, zu dem gerade 47,93 Streifen am Fadenkreuz vorbeigewandert waren, und es lieferte schliesslich Gleichung (8) das gesuchte k . So wurden für verschiedene Zeiten aus den Beobachtungen mit dem untersten Gläserpaar die Werthe von k berechnet; man brauchte dabei nie mehr als vier Glieder der Reihe zu berücksichtigen. Würde man aber auf diese Art auch aus den Versuchen für das oberste und mittlere Fensterpaar die Werthe von k abgeleitet haben, so hätte man, da t hier theilweise recht klein ist, viele Glieder der Reihe benutzen müssen und wäre so zu langwierigen Rechnungen gezwungen gewesen. Deshalb wurde folgendes Verfahren angewandt, das schon Stefan¹⁾ bei Berechnung der Diffusionscoefficienten von tropfbaren Flüssigkeiten eingeschlagen hat. So lange der Einfluss der unteren Begrenzung des Diffusionsgefäßes auf die Beobachtungen nicht bemerklich wird, kann man den Kasten als nach unten unendlich ausgedehnt annehmen, dann ist man im Stande, statt der Reihe ein Integral als Lösung der Differentialgleichung (5) anzugeben. Man hat nämlich in diesem Falle als Grenzbedingung: $p = 0$ für $x = 0$, als Anfangsbedingung: $p = p_0$ für $0 < x < \infty$. Geht man hier von der Lösung:

$$p = \int_{u_1}^{u_2} \varphi(\alpha) e^{-\alpha^2 kt} \sin \alpha x d\alpha$$

aus, die der Grenzbedingung genügt, und bei der u_1 und u_2 unbestimmte Grenzen bezeichnen, vergleicht den Werth von p für $t = 0$ mit dem aus dem Fourier'schen Satze folgenden:

$$p_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sin \alpha x d\alpha \int_0^{\infty} p_0 \sin \alpha \lambda d\lambda,$$

so findet man als Lösung der Differentialgleichung (5):

$$p = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} p_0 e^{-\alpha^2 kt} \sin \alpha x \sin \alpha \lambda d\lambda d\alpha$$

1) L. e.

oder: $p = \frac{p_0}{\pi} \int_0^{\infty} d\lambda \int_0^{\infty} e^{-\alpha^2 k t} [\cos(x - \lambda) \alpha - \cos(x + \lambda) \alpha] d\alpha.$

Es ist aber bekanntlich:

$$\int_0^{\infty} e^{-b\alpha^2} \cos r \alpha d\alpha = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{b}} \cdot e^{-\frac{r^2}{4b}}$$

also: $p = \frac{p_0}{2\sqrt{\pi k t}} \left[\int_0^{\infty} e^{-\frac{(x-\lambda)^2}{4k t}} d\lambda - \int_0^{\infty} e^{-\frac{(x+\lambda)^2}{4k t}} d\lambda \right].$

Setzen wir hier:

$$\frac{x-\lambda}{2\sqrt{k t}} = -\gamma \text{ und } \frac{x+\lambda}{2\sqrt{k t}} = \eta$$

in den einzelnen Integralen, so wird:

$$p = \frac{p_0}{V\pi} \left\{ \int_{\frac{x}{2\sqrt{k t}}}^{\infty} e^{-\gamma^2} d\gamma - \int_{\frac{x}{2\sqrt{k t}}}^{\infty} e^{-\eta^2} d\eta \right\}$$

also: $p = \frac{p_0}{V\pi} \int_{-\frac{x}{2\sqrt{k t}}}^{\frac{x}{2\sqrt{k t}}} e^{-\gamma^2} d\gamma = \frac{2p_0}{V\pi} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{k t}}} e^{-\gamma^2} d\gamma \quad \text{oder:}$

$$(9) \quad \frac{p}{p_0} = \frac{2}{V\pi} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{k t}}} e^{-\gamma^2} d\gamma.$$

Für die rechte Seite dieser Gleichung finden sich Tafeln z. B. bei Enke¹⁾, wenn ihr Werth nicht grösser als 0,995 ist, und die obere Grenze $x/2\sqrt{k t}$ zwischen 0,00 und 2,00 variiert. In unserem Falle ist p/p_0 stets ein echter Bruch, und sein Werth durch die Beobachtung gegeben, wir können deshalb aus den Tafeln den zugehörigen Werth G der oberen Grenze entnehmen und aus ihm für einen beliebigen Zeitpunkt t nach der Gleichung:

$$\frac{x}{2\sqrt{k t}} = G$$

den Werth von k berechnen. Auf diese Weise wurde k aus allen Beobachtungen mit dem obersten Fensterpaar berechnet.

1) Enke, Astronom. Jahrb. f. 1834. Berlin 1832.

Für die mittleren Fenster aber durfte dies Verfahren nur so lange befolgt werden, als sich nicht mehr wie etwa 43 Interferenzstreifen verschoben hatten, d. h. nur während der ersten 25 Minuten des Versuchs, für spätere Zeiten musste k wieder durch Summirung der Glieder der Reihe (7) bestimmt werden. Ja während der ersten 15 Minuten des Versuches hat die untere Begrenzung des Kastens selbst auf den Diffusionsvorgang in dem Querschnitt, der nur 15 cm über dem Boden sich befindet, keinen merklichen Einfluss, und man könnte während dieser Zeit also den Diffusionscoefficienten auch für das unterste Gläserpaar durch das Integral berechnen. In der folgenden kleinen Uebersicht sind für die drei benutzten Querschnitte für verschiedene Zeiten die Diffusionscoefficienten angegeben, die einmal durch Summirung der Glieder der Reihe (man musste theilweise die ersten sechs Glieder benutzen) und dann mit Hülfe der Integraltafel gewonnen wurden. Die Uebereinstimmung, resp. Verschiedenheit der zwei für gleiche Verhältnisse bestimmten Werthe von k zeigt die Richtigkeit der obigen Behauptungen.

Für $x = 10,0 \text{ cm}$.

t min sec	k	
	Durch die Reihe ber.	Durch das Integral ber.
5 40	0,15089	0,15084
16 58	0,14813	0,14811

Für $x = 20,1 \text{ cm}$.

t min sec	k	
	Durch die Reihe ber.	Durch das Integral ber.
14 0	0,15259	0,15262
22 31	0,15180	0,15183
28 9	0,15178	0,15201
33 6	0,15186	0,15260

Für $x = 35,2 \text{ cm}$.

t min sec	k	
	Durch die Reihe ber.	Durch das Integral ber.
15 11	0,16080	0,16087
17 53	0,15972	0,16015
20 40	0,15903	0,16003

Schon hieraus geht hervor, dass der Diffusionscoefficient nicht durchaus constant ist, denn wäre dies der Fall, so dürften die für spätere Zeiten aus der Reihe berechneten Werthe nicht erheblich von den für frühere Momente aus dem Integrale abgeleiteten Werthen des Coefficienten ab-

weichen. Deutlicher zeigt die nachstehende Tabelle, wie sich der Diffusionscoefficient bei unseren Versuchen mit der Zeit und mit dem Orte im Diffusionsgefässe änderte. p_0 und ϑ sind wieder der Barometerstand und die Temperatur, und p ist der Partialdruck der Kohlensäure (in Bruchtheilen des Gesamtdrucks p_0), der in dem Zeitpunkt und an der Stelle des Diffusionsgefäßes herrschte, für die der neben p stehende Diffusionscoefficient berechnet ist.

Tabelle IV.

 k

t h min sec	$x = 10,0$ cm $p_0 = 756,6$ mm $\vartheta = 16,8$ °C.	$x = 20,1$ cm $p_0 = 753,2$ mm $\vartheta = 17,5$ °C.	$x = 35,2$ cm $p_0 = 751,6$ mm $\vartheta = 19,0$ °C.	p
	—	—	—	
— 1 6,5	0,17900	—	—	0,95958
— 1 38,3	0,16685	—	—	0,91918
— 2 9	0,16140	—	—	0,87876
— 2 41,4	0,15817	—	—	0,83834
— 3 17,7	0,15539	—	—	0,79794
— 3 36	—	0,16201	—	0,98972
— 3 58,5	0,15845	—	—	0,75751
— 4 10	—	0,15961	—	0,97555
— 4 45	0,15199	—	—	0,71710
— 5 40	0,15084	—	—	0,67669
— 5 44	—	0,15689	—	0,94689
— 6 44	0,14985	—	—	0,63628
— 7 8	—	0,15543	—	0,91861
— 8 1	0,14939	—	—	0,59587
— 9 8	—	0,15421	—	0,87791
— 9 34	0,14890	—	—	0,55844
	0,14855	—	—	0,52620
— 10 56	—	0,15351	—	0,84330
	—	—	0,16399	0,98360
— 11 17	—	0,15314	—	0,83722
— 11 30	0,14848	—	—	0,51504
	0,14838	—	—	0,47462
— 13 55	—	0,15278	—	0,79176
	—	—	0,16143	0,96800
— 14 0	—	0,15262	—	0,79056
	0,14842	—	—	0,45700
— 15 11	—	0,15252	—	0,77208
	—	—	0,16080	0,96020
— 16 17	—	0,15245	—	0,75582
— 16 23	0,14796	—	—	0,44230
— 17 3	0,14816	—	—	0,43421
— 17 47	0,14813	—	—	0,42613
— 17 53	—	—	0,15972	0,94276
— 19 20	—	0,15226	—	0,71512
— 20 40	—	—	0,15903	0,92276

(Fortsetzung von Tabelle IV.)

<i>t</i>	<i>x</i> = 10,0 cm	<i>x</i> = 20,1 cm	<i>x</i> = 35,2 cm	<i>p</i>
h min sec	$p_0 = 756,6 \text{ mm}$ $\vartheta = 16,8^\circ \text{C.}$	$p_0 = 753,2 \text{ mm}$ $\vartheta = 17,5^\circ \text{C.}$	$p_0 = 751,6 \text{ mm}$ $\vartheta = 19,0^\circ \text{C.}$	
— 22 31	—	0,15180	—	0,67889
— 27 2	—	—	0,15805	0,87620
— 28 9	—	0,15178	—	0,62493
— 31 50	—	—	0,15790	0,84060
— 33 6	—	0,15186	—	0,58570
— 36 6	—	—	0,15780	0,80953
— 37 27	—	0,15212	—	0,55590
— 43 22	—	—	0,15763	0,75862
— 45 1	—	0,15186	—	0,51097
— 47 7	—	—	0,15770	0,73319
— 51 40	—	—	0,15751	0,70376
— 57 5	—	—	0,15757	0,66965
1 7 48	—	—	0,15754	0,60700
— 14 44	—	—	0,15771	0,56912
— 18 32	—	—	0,15769	0,54952
— 25 15	—	—	0,15785	0,51616

Da die Beobachtungen für die drei Querschnitte nicht ganz unter denselben Verhältnissen erfolgten, so muss man die Werthe von k , um sie untereinander vergleichbar zu machen, noch auf gleichen Druck und gleiche Temperatur reduciren. Bekanntlich sind nun die Diffusionscoefficienten umgekehrt proportional dem Gesamtdruck p_0 im Diffusionsgefäß und annähernd direct proportional dem Quadrat der absoluten Temperatur, oder genauer, nach neuen Versuchen von von Obermayer¹⁾), proportional der Potenz 1,968 der absoluten Temperatur. Reduciren wir also die k für den obersten und mittleren Querschnitt auf den Druck und die Temperatur, die bei den Beobachtungen für den untersten Querschnitt herrschten, nach der Formel:

$$k = k' \frac{b'}{b} \left(\frac{\Theta}{\Theta'} \right)^{1,968},$$

wo b den Druck, Θ die absolute Temperatur bedeutet, und nehmen als Nullpunkt von Θ die Temperatur -273°C. an, so erhalten wir folgende Tabelle:

1) l. e.

Tabelle V.

 $p_0 = 751,6 \text{ mm}; \vartheta = 19,0^\circ \text{ C.}$

$\frac{\ell}{\text{h min sec}}$	$x = 10,0 \text{ cm}$		$x = 20,1 \text{ cm}$		$x = 35,2 \text{ cm}$	
	k	p	k	p	k	p
— 1 38,3	0,17047	0,919	—	—	—	—
— 3 17,7	0,15876	0,780	—	—	—	—
— 3 36	—	—	0,16401	0,984	—	—
— 5 40	0,15411	0,677	—	—	—	—
— 7 8	—	—	0,15734	0,919	—	—
— 9 34	0,15213	0,555	—	—	—	—
— 10 56	—	—	—	—	0,16399	0,984
— 14 0	—	—	0,15450	0,791	—	—
— 17 3	0,15197	0,494	—	—	—	—
— 20 40	—	—	—	—	0,15903	0,923
— 22 31	—	—	0,15367	0,679	—	—
— 36 6	—	—	—	—	0,15780	0,810
— 37 27	—	—	0,15399	0,556	—	—
— 57 5	—	—	—	—	0,15757	0,670
1 18 32	—	—	—	—	0,15769	0,550

Genauer zeigt Figur 5, wie sich der Diffusionscoefficient mit dem Partialdruck der Kohlensäure bei 751,6 mm Druck und $19,0^\circ \text{ C.}$ ändert. Die Curven I, II, III beziehen sich wieder auf den obersten, mittleren und untersten der drei beobachteten Querschnitte.

Aus den letzten Tabellen ist zu ersehen, dass sich die k für jeden Querschnitt mit wachsender Zeit einem bestimmten Grenzwerthe nähern, der um so grösser ist, je weiter die Schicht, der er angehört von der Mündung des Kastens entfernt liegt. Nimmt man für den obersten Querschnitt das Mittel aus den drei letzten berechneten Werthen von k in Tabelle IV, für den mittleren, resp. unteren Querschnitt aber das Mittel aus den sechs, resp. neun letzten für k angegebenen Zahlen, so erhält man, wieder auf 751,6 mm und $19,0^\circ \text{ C.}$ bezogen:

für $x_1 = 10,0 \text{ cm}$ ist $k_1 = 0,15129$,

für $x_2 = 20,1 \text{ cm}$ ist $k_2 = 0,15382$,

für $x_3 = 35,2 \text{ cm}$ ist $k_3 = 0,15767$.

Diese Werthe von k lassen sich als lineare Functionen von x darstellen, indem wir setzen:

$$(10) \quad k = k_0 + ax,$$

wo k_0 und a zwei Constante sind. Denn berechnet man aus den zwei Gleichungen:

$$k_1 = k_0 + ax_1, \quad \text{und:} \quad k_3 = k_0 + ax_3$$

die Werthe von k_0 und a , so erhält man:

$$k_0 = 0,14876 \text{ und } a = 0,000\,253.$$

Setzt man diese Grössen in:

$$k_2 = k_0 + ax_2$$

ein, wo $x_2 = 20,1$ cm ist, so ergibt sich $k_2 = 0,15384$ statt des beobachteten $k_2 = 0,15382$. k_0 wäre der Werth, dem sich k mit der Zeit an der Mündung des Kastens näherte.

Kurz nachdem die einzelnen Gasschichten begonnen haben, an der Diffusion Theil zu nehmen, und der Druck der Kohlensäure in ihnen noch nicht um zwei Hundertstel abgenommen hat, stimmen nach Tabelle V die Diffusionscoefficienten für Tiefen von 20 cm und 35 cm völlig überein, dagegen hat k für 10 cm Tiefe in den ersten zwei Minuten einen beträchtlich grösseren Werth. Nun sind diese k nach der Formel $k = x^2/4G^2t$ berechnet, wo G , wie angeführt, der aus den Tafeln entnommene Werth der oberen Grenze des Integrals (9) ist. t ist kleiner als zwei Minuten, und es werden also geringe Fehler in der Zeitbestimmung schon erhebliche Änderungen von k bewirken; deshalb sind die ersten Zahlen für k bei dem obersten Querschnitt nur annähernd richtig. Ferner aber wird die Abnahme des Deckels von dem Kasten immer etwas Unruhe in den oberen Gasschichten bewirken und dadurch eine schnellere Mischung mit der äusseren Luft, also eine Vergrösserung von k hervorufen. Deshalb ist vielleicht die Annahme erlaubt, dass der Diffusionscoefficient bei Beginn des Versuchs für alle Schichten des Gefässes denselben Werth K hat. Dann würde die gesammte Änderung des Coefficienten mit der Zeit sich für einen Querschnitt x als nur abhängig von x , und zwar als:

$$-\int_0^T \frac{dk}{dt} dt = K - k_0 - ax$$

ergeben, wenn T die Dauer des Versuchs bedeutet, die so gross angenommen wird, dass die Diffusionscoefficienten aller Schichten schon ihren constanten Grenzwerth erreicht haben.

Kennte man den Werth von K und die Zeit, welche verfliesst, bis k in den einzelnen Querschnitten seinen Grenzwerth erreicht, so würde man im Stande sein, für eine beliebige Versuchsdauer den mittleren Werth des Diffusionscoefficienten zu berechnen.

Als einen solchen mittleren Werth von k hat Loschmidt, auf 760 mm Druck und 0° C. reducirt, gefunden:

$$k = 0,05123 \frac{\text{Meter}^2}{\text{Stunde}}$$

und nach von Obermayer's Versuchen ist bei demselben Druck und derselben Temperatur:

$$k = 0,04857 \frac{\text{Meter}^2}{\text{Stunde}}.$$

Rechnen wir diese Werthe in unsere Dimensionen um, so wird nach:

$$\text{Loschmidt: } k = 0,14226 \frac{\text{cm}^2}{\text{Secunde}},$$

$$\text{nach v. Obermayer: } k = 0,13491 \frac{\text{cm}^2}{\text{Secunde}},$$

während unsere Beobachtungen für denselben Normalzustand liefern:

$$k_0 = 0,12887; \quad k_1 = 0,13107; \quad k_2 = 0,13326; \quad k_3 = 0,13660.$$

Wie man sieht, ist der von Loschmidt gefundene Werth grösser als irgend einer der von uns erhaltenen, er würde nach Gleichung (10) berechnet einer Tiefe von $56\frac{1}{2}$ cm entsprechen. Dagegen fällt die von v. Obermayer gegebene Zahl zwischen unsere Werthe k_2 und k_3 und würde zu dem Querschnitt 27,5 cm unter der Mündung gehören. Ueberhaupt sind die für verschiedene Gase von Loschmidt gefundenen Werthe der Diffusionscoefficienten sämmtlich grösser als die von v. Obermayer erhaltenen. Beide haben ganz ähnliche Apparate benutzt und nach derselben von Stefan gegebenen Formel ihre Beobachtungen berechnet. Während aber das Diffusionsrohr von Loschmidt 2,6 cm Durchmesser und 97,5 cm Länge hatte, betragen bei v. Obermayer diese Dimensionen nur 1,3 cm und 86,6 cm. Wir sahen nun, dass die Grösse des Diffusionscoefficienten mit der Tiefe des Gefässes zunimmt, deshalb können wir wohl zum Theil die grösseren Werthe Loschmidt's daraus er-

klären, dass bei seinen Versuchen auch Gasschichten zur Diffusion beitragen, die tiefer unter der Mündung der unteren Rohrhälften lagen als bei v. Obermayer, und diese Schichten eben grössere Diffusionscoëfficienten hatten als die höher gelegenen. Dadurch musste dann der von beiden Beobachtern bestimmte mittlere Werth des Coëfficienten bei Loschmidt grösser ausfallen als bei v. Obermayer. Die Diffusionszeit bei beiden Experimentatoren betrug meistens eine Stunde; würde man nun annehmen, dass in dieser Zeit die Diffusionscoëfficienten für die einzelnen Schichten schon lange ihre constanten, durch (10) bestimmten, Grenzwerte erreicht hätten, dann dürften die gefundenen mittleren Werthe nur wenig grösser sein als die aus (10) für die gegebene Tiefe der Gefässe berechneten Mittelwerthe. Wie die Zahlen für k_1 , k_2 , k_3 bei 760 mm und 0° C. ergeben, ist unter diesen Verhältnissen $a = 0,000\,220$. Berechnet man hiermit und mit der oben für k_0 gegebenen Zahl den Mittelwerth von k bei einer Tiefe des Gefässes von 43,3 cm, resp. 48,8 cm, wie sie von Obermayer, resp. Loschmidt anwandten, so erhält man:

$$k_m = 0,13863, \text{ resp. } k_m = 0,13424.$$

Die erste Zahl ist in der That nicht viel kleiner als v. Obermayer's $k = 0,13492$, während das zweite k_m weit hinter dem von Loschmidt gegebenen $k = 0,14226$ zurückbleibt. Daraus geht hervor, dass die oben versuchte Erklärung der Verschiedenheit zwischen Loschmidt's und v. Obermayer's Resultaten allein nicht ausreicht.

Wenn wir noch unsere Beobachtungen mit den theoretischen Formeln vergleichen, die für den Diffusionscoëfficienten aufgestellt worden sind, so ist aus dem Obigen klar, dass eine Gleichung, die den Coëfficienten als eine constante Grösse definiert, den Versuchen nicht entspricht. Deshalb brauchen wir nicht näher auf die von Maxwell¹⁾ unter der Annahme, dass die Gasmoleküle einander mit Kräften abstoßen, die umgekehrt proportional der fünften Potenz ihrer Entfernung wirken, für den Diffusionscoëfficienten k aufge-

1) I. e.

stellte Formel einzugehen. Denn diese Gleichung, welche lautet:

$$k = \frac{p_1 p_2}{\varrho_1 \varrho_2 k A_1} \cdot \frac{1}{p},$$

wo p der Gesamtdruck, p_1, p_2 , resp. ϱ_1, ϱ_2 die Partialdrücke; resp. Dichtigkeiten der zwei diffundirenden Gase, k und A_1 aber constante Factoren sind, liefert einen constanten Werth für k .

Eine von Stefan¹⁾ für diesen Coefficienten gefundene Formel stimmt, wie Boltzmann²⁾ gezeigt hat, bis auf einen unbedeutenden Unterschied in dem numerischen Factor mit der Maxwell'schen überein; es bleibt also nur noch die von O. E. Meyer³⁾ gegebene Formel zur Vergleichung übrig. Diese Formel lautet (nach Verbesserung eines Druckfehlers):

$$(11) \quad k = \frac{\pi}{8N} \left(\frac{N_2 \Omega_1^2}{C_1} + \frac{N_1 \Omega_2^2}{C_2} \right).$$

Hier bedeutet N die während des Versuchs constante Zahl aller in dem Querschnitt des Diffusionsgefäßes vorhandenen Molekülen, N_1 und N_2 bezeichnen die in demselben Querschnitt zur Zeit t befindliche Anzahl von Molekülen der ersten und der zweiten Gasart, sodass während des Versuchs:

$$N_1 + N_2 = N.$$

Ω_1 und Ω_2 sind die nach dem Maxwell'schen Gesetz der Geschwindigkeitsvertheilung unter Gasmolekülen berechneten arithmetischen Mittelwerthe der Geschwindigkeiten für die zwei diffundirenden Gase bei dem Druck und der Temperatur des Versuchs, und C_1 und C_2 sind definit durch die Gleichungen:

$$C_1 = N_1 \pi s_1^2 \Omega_1 \sqrt{2} + N_2 \pi \sigma^2 \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2},$$

$$C_2 = N_2 \pi s_2^2 \Omega_2 \sqrt{2} + N_1 \pi \sigma^2 \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2},$$

in denen s_1 die mittlere Entfernung der Schwerpunkte zweier Molekülen der ersten Art bei einem Zusammenstoss, s_2 dieselbe Grösse für Molekülen der zweiten Art und σ diese mittlere Entfernung bei einem Zusammenstoss einer Mole-

1) Stefan, Wien. Ber. 65. p. 323. 1872.

2) Boltzmann, Wien. Ber. 81. p. 117. 1880.

3) O. E. Meyer, l. c. p. 173.

kel der ersten Art mit einer Molekel der zweiten Art bezeichnet. Macht man nun die Annahme, dass:

$$\sigma = \frac{1}{2}(s_1 + s_2),$$

so ist¹⁾, wenn L_1 und L_2 die mittleren Weglängen der Molekeln der zwei Gasarten bedeuten:

$$N\pi s_1^2 \sqrt{2} = \frac{1}{L_1} \quad \text{und} \quad N\pi s_2^2 \sqrt{2} = \frac{1}{L_2} \quad \text{und:}$$

$$N \cdot \pi \cdot \sigma^2 = \frac{1}{4\sqrt{2}} \left(\frac{1}{VL_1} + \frac{1}{VL_2} \right)^2.$$

Die Grössen Ω und L sind durch Reibungsversuche bekannt, und wir könnten also, wenn wir N_1/N und N_2/N aus unseren Beobachtungen entnehmen, für einen bestimmten Augenblick und Querschnitt nach (11) den Diffusionscoëfficienten berechnen. Ehe wir das thun, wollen wir (11) umformen, sodass der Coëfficient k als eine Function des Partialdrucks der Kohlensäure dargestellt ist. Die Grössen mit dem Index 1 mögen sich auf Kohlensäure, die mit dem Index 2 auf Luft beziehen, und wir wollen $N - N_1$ statt N_2 in (11) einführen. Dann wird bei Benutzung der Werthe L_1 und L_2 :

$$C_1 = \frac{N_1}{N} \left\{ \frac{\Omega_1}{L_1} - \frac{1}{4\sqrt{2}} \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \left(\frac{1}{VL_1} + \frac{1}{VL_2} \right)^2 \right\} \\ + \frac{1}{4\sqrt{2}} \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \left(\frac{1}{VL_1} + \frac{1}{VL_2} \right)^2,$$

$$C_2 = \frac{N_1}{N} \left\{ \frac{1}{4\sqrt{2}} \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \left(\frac{1}{VL_1} + \frac{1}{VL_2} \right)^2 - \frac{\Omega_2}{L_2} \right\} + \frac{\Omega_2}{L_2},$$

$$\text{d. h.} \quad C_1 = b_1 + c_1 \frac{N_1}{N}, \quad C_2 = b_2 + c_2 \frac{N_1}{N},$$

wo wir den Werth der Constanten b_1 , c_1 , b_2 , c_2 aus folgenden Versuchsdaten gewinnen. Nach O. E. Meyer ist:

$$L_1 = 0,000\,006\,8 \text{ cm}; \quad L_2 = 0,000\,009\,5 \text{ cm}, \\ \text{ferner für } 0^\circ \text{ C.}$$

$$\Omega_1 = 36100 \text{ cm}; \quad \Omega_2 = 44700 \text{ cm}.$$

Rechnen wir die zwei letzten Grössen nach der Formel:

$$\Omega_\theta = \Omega_0 (1 + \gamma \vartheta)$$

1) Vgl. O. E. Meyer l. c. p. 177.

auf 19° C. um, so werden:

$$\Omega_1 = 38617 \text{ cm}; \quad \Omega_2 = 47817 \text{ cm},$$

folglich:

$$C_1 = 54453 \cdot 10^5 + 2337 \cdot 10^5 \frac{N_1}{N}, \quad C_2 = 50333 \cdot 10^5 + 4120 \cdot 10^5 \frac{N_1}{N},$$

$$\text{und also: } k = \frac{\pi}{8} \left\{ \frac{\left(1 - \frac{N_1}{N}\right) 14913}{54453 + 2337 \frac{N_1}{N}} + \frac{\frac{N_1}{N} 22864}{50333 + 4120 \frac{N_1}{N}} \right\}.$$

Entwickeln wir hier die Nenner nach steigenden Potenzen von N_1/N und schreiben p statt N_1/N , wo p den Partialdruck der Kohlensäure bezeichnet, so ist:

$$(12) \quad k = 0,10755 + 0,06623 p - 0,00979 p^2 + 0,00091 p^3 \dots$$

Die Form dieses Ausdrucks für k zeigt, dass auch er nicht mit unseren Beobachtungen übereinstimmt, denn man sieht, dass nach (12) der Diffusionscoefficient an einer Stelle des Gefässes mit abnehmendem Partialdruck stetig abnimmt, während die Versuche ergaben, dass der Coefficient sich ziemlich rasch für jeden Querschnitt einer bestimmten Grenze nähert. Ueberhaupt ist die Formel (11) von O. E. Meyer unter der Annahme abgeleitet, dass die Abnahme des Partialdruckes auf der Länge des Diffusionsgefäßes constant geworden, d. h. dass:

$$p_1 = \mathfrak{P} + \mathfrak{p}x,$$

sei. Das ist aber bei unseren Versuchen nicht der Fall und wird auch bei der Diffusion begrenzter Gasvolumina ineinander nie auf längere Zeit eintreten können. Wenn allerdings diese Voraussetzung erfüllt wäre, und die Diffusion bereits so lange gedauert hätte, dass Glieder mit p^2 vernachlässigt werden könnten, dann würde (12) die Form:

$$k = C + C_1 x$$

annehmen, d. h. die Formel von O. E. Meyer würde, in Uebereinstimmung mit unseren Versuchen, k als lineare Function von x ergeben. In welcher Weise die nach (11) berechneten Werthe von k von den experimentell gefundenen abweichen, zeigt die folgende kleine Uebersicht, in der wieder alle aus den Beobachtungen abgeleiteten k auf 751,6 mm Druck und $19,0^{\circ}$ C. bezogen sind:

P	k			
	$x = 10,0$ cm	$x = 20,1$ cm	$x = 35,2$ cm	Nach (11) ber.
0,94276	0,17778	0,15859	0,15972	0,16205
0,80953	0,15964	0,15469	0,15780	0,15524
0,66965	0,15400	0,15864	0,15757	0,14778
0,51616	0,15180	0,15371	0,15785	0,13925

Das Ergebniss der vorliegenden Untersuchung würde sich etwa dahin zusammenfassen lassen: Der Diffusionscoefficient für die freie Diffusion zweier Gase ineinander ist keine constante Grösse; er nimmt nach Beginn der Diffusion in einem bestimmten Querschnitt des Gefäßes mit der Zeit ab und erreicht bald einen für jeden Querschnitt constanten Grenzwerth. Die Aenderung dieser Grenzwerthe von einem Querschnitt zum anderen erfolgt proportional dem Abstande der Querschnitte von der freien Oberfläche des Diffusionsgefäßes.

Schliesslich sei es mir gestattet, Hrn. Hofrath Sohncke in Carlsruhe meinen aufrichtigen Dank zu sagen für die Freundlichkeit, mit der er mir die Mittel zu dieser Arbeit gewährt hat, die in den Räumen seines Institutes ausgeführt worden ist.

IV. *Experimentelle Beiträge zur Kenntniss vom electrischen Leitungsvermögen der Flammengase;* von W. Giese.

(Fortsetzung von p. 41.)

IV. Abweichungen vom Ohm'schen Gesetz. Die Stromintensität findet sich für grössere electromotorische Kräfte zu klein.

31. Nachdem im letzten Abschnitte die Erscheinungen, welche der benutzte Apparat darbietet, im allgemeinen untersucht worden sind, und mit besonderer Ausführlichkeit der Einfluss, welchen die Aenderungen der hydrodynamischen Strömung dabei haben, und nachdem sich bisher gezeigt hat, dass die Gleichungen der ersten Abtheilung mit den That-

sachen in Einklang stehen, wende ich mich jetzt einem Phänomen zu, das den Differentialgleichungen durchaus zu widersprechen scheint.

Es ist eine bekannte und vielfach bestätigte Thatsache, dass bei den sogenannten Flammenströmen die Intensität für grössere electromotorische Kräfte weit hinter jenen zurückbleibt, welche nach dem Ohm'schen Gesetz und den Stromstärken, welche für schwache electromotorische Kräfte gefunden werden, zu erwarten wäre. Die gleiche Erscheinung, wenn auch etwas schwächer, zeigt sich bei der hier in Rede stehenden Art von Strömen, bei denen beide Electroden, oder doch eine von ihnen, weit ausserhalb der Flamme liegen. Sie tritt auf für die durch den Brenner ausströmende Electricitätsmenge, wenn die umgebenden Theile des Apparates geladen werden, für die Electricitätsaufnahme durch das mit dem Deckel versehene Gehäuse, wenn der Brenner geladen ist, endlich beim isolirten Brenner und geladenen Gehäuse für die Electricitätsaufnahme durch *J.*

Ich lasse als Beispiele einige Beobachtungsreihen folgen. Während der Dauer dieser Messungen wurde die electromotorische Kraft der ganzen Batterie in der früher beschriebenen Art alle 8 bis 14 Tage bestimmt. Die Aenderungen in der Zwischenzeit waren so gering, dass die electromotorischen Kräfte für jeden zwischen liegenden Tag mit hinreichender Sicherheit durch Interpolation gefunden werden konnten.

21. December 1880.

B — w_1 — Electrometer;

G — Feindeckel; *G* + *T* + *S* — geladen — 10 oder 30 Elemente;

$K_{10} = 992 \text{ W}$; $K_{30} = 2896 \text{ W}$.

G mit einem Aufsatz;

G mit allen Aufsätzen.

Reihe	<i>B</i> +	<i>B</i> —	<i>B</i> + — <i>B</i> —	$\frac{B_+ - B_-}{P}$	<i>Q</i>	<i>G</i> mit allen Aufsätzen.				
						<i>B</i> +	<i>B</i> —	<i>B</i> + — <i>B</i> —	$\frac{B_+ - B_-}{P}$	<i>Q</i>
10	+106,2	-107,2	213,4	0,0840	—	+107,7	-104,4	212,1	0,0835	—
10	95,7	98,9	74,6	857	1,04	37,8	39,1	76,9	883	1,05
10	103,3	102,4	205,7	809	6	107,9	106,9	213,9	842	5
10	35,6	38,7	74,3	854	5	38,2	39,6	77,8	894	5
10	108,0	105,1	208,1	819	4	111,8	106,6	218,4	860	7
10	35,0	38,7	73,7	847	5	40,6	41,3	81,9	941	9
10	101,2	98,4	199,6	785	8	111,0	108,5	219,5	864	8
10	34,8	38,7	73,5	845	—	40,5	40,5	81,0	931	—

In dieser Tafel bedeutet B_+ die gemessene Ausströmung bei positiver, B_- die bei negativer Ladung von G . Nach Gleichung (7) sollten die Zahlen der Columnen $B_+ - B_-$, dividiert durch die electromotorische Kraft, gleiche Quotienten ergeben; es zeigt sich aber, dass die Quotienten, welche sich in der Column $(B_+ - B_-)/P$ finden, für die Beobachtungen mit 30 Elementen stets kleiner ausfallen. Deutlich tritt dies in den Zahlen der letzten Columnen hervor. Sie sind dadurch erhalten, dass die Grössen $(B_+ - B_-)/P$ für zehn Elemente durch die für 30 Elemente erhaltenen dividiert wurden, und um den Einfluss continuirlicher Aenderungen der Versuchsbedingungen zu eliminiren, wurde hierbei jede Zahl der vorletzten Columnen mit dem Mittel aus den beiden benachbarten combinirt.

32. Aber es könnte ein Bedenken gegen das Ergebniss dieser Versuchsreihe erhoben werden: Es sind nämlich bei der Berechnung für die electromotorische Kraft der Elemente die Werthe benutzt, welche sie im Zustande der Ruhe zeigten. Bei den Messungen haben sie aber einen wenn auch nur schwachen Strom zu erzeugen, der intensiwer ist, wenn das Gehäuse durch 30 Elemente geladen wird. Es wäre denkbar, dass durch diesen Strom die electromotorische Kraft der Elemente vermindert würde, und zwar bei stärkerem Strom mehr als bei schwächerem. Dann würde während des Versuches $K_{30} : K_{10}$ kleiner sein, als jenes Verhältniss, welches für den stromlosen Zustand ermittelt ist, und die obigen Abweichungen von der Proportionalität würden nur scheinbare sein, weil die electromotorische Kraft der 30 Elemente höher in Rechnung gebracht wäre, als ihrem Zustande während der Versuche entspricht.

In der That vermindert sich denn auch die electromotorische Kraft unter Einwirkung des Stromes etwas, aber lange nicht so sehr, wie nöthig wäre, um die Abweichungen von der Proportionalität zu erklären. Davon überzeugte ich mich, indem ich zwei Gruppen von je zehn Elementen gegen einander schaltete und die einander zugekehrten Kupferpole bei A (Fig. 5) mit G verband, während unter G die zur Erde abgeleitete Flamme brannte. Der Zinkpol der einen

ömung
Nach
-B-
Quo-
ienten,
die Be-
sfallen.
ummen
(B+-
te er-
tinuir-
iniren,
it dem

gebniss
ch bei
r. Ele-
e der
einen
inten-
eladen
e elec-
e, und
 Dann
jenes
elt ist,
nalität
Kraft
e, als

electro-
, aber
ungen
gegte ich
gegen
erpole
e zur
einen

Elementengruppe war mit dem Electrometer E , jener der anderen bei C mit dem Rheostaten R so verbunden, dass das Electrometer auf 0 einstand. Wenn nun die electro-motorische Kraft der C zunächst gelegenen Elemente eine andere wird, je nachdem sie den Strom für G hergeben, oder nicht, so muss sich die ganze Grösse der Aenderung am Electrometer bemerklich machen, wenn bei A die Ver-

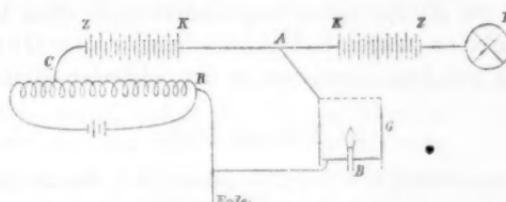


Fig. 5.

bindung mit G unterbrochen wird. Es zeigte sich nun dabei eine momentane Aenderung in der Einstellung des Electrometers nicht. Wurde dagegen die Einstellung abgelesen, nachdem zehn Minuten lang der Strom gewirkt hatte, und dann wieder, nachdem eben so lange kein Strom bestanden hatte, so zeigten sich allerdings kleine Wirkungen. Die folgende Tabelle gibt die zur Compensation erforderliche Anzahl von Windungen, nachdem die Elemente je zehn Minuten lang Strom gegeben, oder geruht hatten.

Strom . .	24,2	26,5	26,9	28,8	W
Kein Strom	25,3	27,3	29,3		W

Eine Verminderung der Anzahl von Windungen in diesem Täfelchen entspricht einer Verminderung der electro-motorischen Kraft jener Elemente, welche den Strom erzeugen. Danach ist eine Verminderung der EK durch den Strom nicht zu erkennen, sie erreicht aber noch nicht die Grösse von zwei Windungen. Bei dreimal so starkem Strom, wie ihn dreissig Elemente gegeben hätten, würde sie höchstens sechs Windungen betragen haben. Diese machen aber bei einer EK der zehn Elemente von 960 W noch nicht 1 Proc. aus, und folglich kann diese Verminderung allein die Abweichungen von der Proportionalität nicht erklären.

Um endlich den in Rede stehenden Einwand ganz zu beseitigen, habe ich die Versuche auch noch mit einer Batterie von 30 kleinen frisch zusammengesetzten Daniells wiederholt. Da aber zwei derartige Beobachtungsreihen lediglich eine Bestätigung des schon Mitgetheilten ergaben, so würde es überflüssig sein, auch sie noch anzuführen.

33. Auch wenn *G* und *S* nicht mit Deckeln versehen sind, und die Flammengase ungehindert nach oben hin entweichen können, zeigen sich Abweichungen vom Ohm'schen Gesetz im gleichen Sinne, wie in der folgenden Reihe:

25. Februar 1881.

G und *S* ohne Deckel, *G* + *S* + *T* — geladen — 7 oder 20 Elemente;
B — *w*₁ — Electrometer;
*K*₇ = 629 *W*; *K*₂₀ = 1770 *W*.

Ele- mente	Flamme ganz gross				Flamme kleiner			
	<i>B</i> ₊	<i>B</i> ₋	$\frac{B_+ - B_-}{P}$	<i>Q</i>	<i>B</i> ₊	<i>B</i> ₋	$\frac{B_+ - B_-}{P}$	<i>Q</i>
20	+119,5	-108,7	0,1470	—	+79,9	-79,0	0,1023	—
7	48,9	39,2	1598	1,09	34,0	28,0	1124	1,11
20	113,4	111,7	1449	10	80,8	75,7	1003	11
7	48,2	39,5	1591	15	33,3	27,0	1093	12
20	111,8	106,2	1404	—	76,0	72,2	0954	—

Drei ähnliche Beobachtungsreihen ergaben gleiche Resultate. Uebrigens waren die Quotienten der letzten Columnne sowohl bei offenem wie bei bedecktem Gehäuse oft viel grösser, als die aus den vorstehenden Reihen abgeleiteten, und überstiegen in einigen Fällen sogar den Werth 1,2.

Dass die Einströmung durch *G* Abweichungen im gleichen Sinne zeigt, darüber habe ich Versuche in einer späteren Periode der Arbeit mit einem etwas modifizirten Apparate angestellt, der im nächsten Abschnitte beschrieben werden wird. Die Resultate mögen sich gleich hier anschliessen.

15. December 1881.

Doppelapparat (§ 35), die Deckel des unteren Systems sind entfernt.

B — geladen — 10 oder 30 Elemente;

$C + G + D_5$ — Erde; $D_4 = w_2$ — Electrometer;

$K_{30} = 37,26$ D ; $K_{10} = 12,84$ D .¹⁾

Elemente	B_+	B_-	$\frac{B_+ - B_-}{P}$	Q
30	+532	-314	22,7	—
10	274	63	26,2	1,16
30	529	306	22,4	16
10	271	57	25,6	—

16. December 1881.

Der obere Theil des Doppelapparates ist auf niedrige Glasfusse gesetzt, sodass D_4 375 mm über der Oeffnung des Brenners liegt, der untere Theil ist entfernt.

B — geladen — 10 oder 30 Elemente;

$D_5 = G$ — Erde; $D_4 = w_2$ — Electrometer;

$K_{30} = 37,30$ D ; $K_{10} = 12,88$ D .

Elemente	B_+	B_-	$\frac{B_+ - B_-}{P}$	Q
30	+487	-435	24,7	—
10	166	168	26,0	1,12
30	428	387	21,8	13
10	149	152	28,4	—

Wurde ferner B isolirt, G geladen und die Einströmung durch J gemessen, so liess sich die Erscheinung gleichfalls mit Sicherheit constatiren:

4. Juni 1881.

B — isolirt;

G — mit drei Aufsätzen und Deckelpaar von Mittelgewebe;

G — geladen — 10 oder 30 Elemente; $J = w_2$ — Electrometer;

$K_{30} = 2864$ W ; $K_{10} = 967$ W .

Elemente	J_+	J_-	$\frac{J_+ - J_-}{P}$	Q
30	+135,7	-127,0	0,0917	—
10	53,6	47,1	1041	1,18
30	124,7	116,1	0841	—

1) Bei den mit dem Stöpselrheostaten ausgeführten Messungen werde ich die EK in Daniells angeben, in Einheiten des Rheostaten ausgedrückt, würden sich unbehülflich grosse Zahlen ergeben.

Auch unter Anwendung der kleinen Deckelchen bei oben verengtem Gehäuse blieb das Ergebniss das nämliche:

3. Juni 1881.

B — isolirt;

G — mit konischem Aufsatz und Deckelchen — geladen — 10 oder 30 Elemente;

J — w_3 — Electrometer;

$K_{30} = 2265 \text{ W}$; $K_{10} = 755 \text{ W}$.

Deckelchen von feinerem ¹⁾ Gewebe					Deckelchen von Mittelgewebe				
Elemente	B_+	B_-	$\frac{B_+ - B_-}{P}$	Q	B_+	B_-	$\frac{B_+ - B_-}{P}$	Q	
30	+56,1	-54,2	0,0395	—	+97,4	-98,1	0,0700	—	
10	22,7	28,4	549	1,47	35,4	32,1	725	1,07	
30	48,3	50,2	353	—	91,9	91,4	656	—	

Bei der letzten Versuchsreihe wurden Daniell'sche Elemente angewendet.

34. Es fragte sich, ob es nicht möglich wäre, für die eben dargestellten Thatsachen, welche, wenn sie auch nicht ohne Analogien sind, doch weit von allem abweichen, was die Erfahrung über genauer untersuchte Arten von Leitern lehrt, mit Hülfe des Versuchs eine befriedigende Aufklärung zu gewinnen. Sehr nahe lag es, gemäss den im vorigen Abschnitt gewonnenen Vorstellungen, anzunehmen, dass beim Uebergang der Electricität vom Metall zum Gase vielleicht eine Verstärkung der hydrodynamischen Reibung stattfinden könnte, dass dadurch die Gase festgehalten, gestaut würden, und so eine Verstärkung der Electricitätsleitung ähnlich wirkte, wie in den Versuchen der Paragraphen 20 und 24 das Ersetzen eines Gehäusedeckels von grobem durch einen solchen von feinem Gewebe, durch das ja, wie an jener Stelle gezeigt ist, die electrische Strömung durch *B* und *J* geschwächt wird.

Indem nun ein kleines Anemometer²⁾ dem Strom der Flammengase oberhalb der Deckel ausgesetzt wurde, konnte

1) Die Drähte dieses Gewebes hatten 0,14 mm Durchmesser und waren 0,33 mm voneinander entfernt.

2) In der Form war das Anemometer ähnlich dem in Löwenherz, Ber. üb. d. wissensch. Instr. a. d. berl. Gewerbeausstellg. 1880 beschriebenen, doch besass es kein Uhrwerk.

deren Geschwindigkeit bestimmt werden, es zeigte sich aber, dass sie unabhängig war von Vorhandensein eines electricischen Stromes in den Gasen, selbst dann noch, wenn durch eine Töpler'sche Maschine die Potentialdifferenzen der Apparaththeile bis zum Ueberspringen von Funken gesteigert würden. Durch Vergleich mit den Aenderungen im Gange des Anemometers, welche die Vertauschung von Deckeln verschiedenen Gewebes mit einander hervorbrachte, liess sich nachweisen, dass wenn die Abweichungen vom Ohm'schen Gesetze wirklich in Aufstauungen begründet gewesen wären, diese auch auf das Anemometer hätten wirken müssen. Der Erklärungsversuch war also unzulässig.

Es gelang mir eben so wenig, im Stande eines über den Deckeln angebrachten empfindlichen Thermometers irgend welchen Zusammenhang mit der Einwirkung electricischer Ströme auf die Gase nachzuweisen.

V. Das Leitungsvermögen der Gase wird durch electriche Ströme dauernd vermindert.

35. Es blieb nun noch die Möglichkeit, dass eben durch das Vorhandensein des Stromes das Leitungsvermögen der Gase geändert würde. Es wäre das nicht ohne Analogieen, unterliegen doch eigentlich alle bekannten Leiter, insofern sie vom Strom erwärmt werden, ähnlichen Einwirkungen auf ihr Leitungsvermögen, das sich für stärkere Ströme bei Metallen kleiner, bei den Electrolyten grösser herausstellt.

Freilich war an thermische Einwirkungen auf das Leitungsvermögen bei den schwachen hier in Rede stehenden Strömen nicht zu denken, und ich ging daher nur zögernd daran, die folgende Modification des Apparates herzustellen (Fig. 6), mit der die Frage entschieden werden sollte. Der Gehäusecylinder *G* wurde auf so hohe Glasfüsse gesetzt, dass sein unterer Rand 347 mm über der Ebene der den Brenner tragenden Messingplatte *T* lag. Einer der früher benutzten Aufsätze, der am Umterrande etwas erweitert worden war, wurde am oberen Ende von *G* durch Glasstäbe so befestigt, dass er es von obenher etwas umfasste, ohne es doch zu berühren. Der Aufsatz trug ein Deckelpaar aus

Mittelgewebe, D_4 , D_5 . Unterhalb G stand ein engerer Cylinder C von 230 mm Durchmesser und 305 mm Höhe, der mit seinem obersten Theil etwas in G hineinragte und dort gleichfalls ein Deckelpaar D_1 , D_2 trug, dessen beide Gewebe etwa 12 mm voneinander abstanden. In etwa dem gleichen Abstande über D_2 befand sich noch ein dritter Deckel, D_3 , der in passender Höhe an G angelöthet war. Auch diese drei Deckel waren von mittlerem Gewebe. Unter C befand sich endlich der Brenner B .

Dieser Apparat, der als Doppelapparat bezeichnet werden könnte, wurde nun in folgender Weise benutzt. Der Strom zwischen D_4 und D_5 wurde gemessen, und zwar so, dass D_4 auf dem Potential O gehalten und mit Electrometer und Widerstand w verbunden, D_5 durch die Batterie geladen wurde. Dabei wurde D_2 bald wie alle anderen Theile zur Erde abgeleitet, bald durch eine Hülfsbatterie

geladen. Die Frage war, ob der im zweiten Falle zwischen den Deckeln des unteren Systems übergehende Strom eine Wirkung auf den oberen ausüben würde. Es ergab sich, dass durch die Strömung im unteren System jene im oberen stets erheblich vermindert wurde. Dieser Erfolg blieb niemals aus, obgleich die schon wiederholt erwähnten Schwankungen in der Einstellung des Electrometers bei der neuen Anordnung sich noch viel fühlbarer machten.

36. Um zu zeigen, in welcher Weise die Beobachtungen angestellt wurden, setze ich die folgende Reihe hierher:

17. November 1881.
Doppelapparat; B — isolirt;
 D_2 abwechselnd geladen (80 Elemente) und abgeleitet;

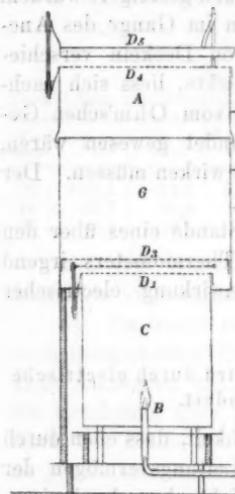


Fig. 6.

D_5 — geladen — 10 Elemente;
 $D_4 - w_5$ — Electrometer.

D_2	D_{4+}	D_{4-}	$D_{4+} - D_{4-}$	D_2	D_{4+}	D_{4-}	$D_{4+} - D_{4-}$
O	+345	-345	690	O	+427	-436	863
Z_{50}	127	124	251	K_{50}	110	131	241
O	379	371	750	O	433	440	873
Z_{50}	122	125	247	K_{50}	107	181	238
O	407	413	820	O	415	400	815
Z_{50}	122	125	248	K_{50}	110	136	246

Wir sehen also, dass durch den im unteren System erregten Strom die Intensität des gemessenen auf weniger als den dritten Theil seines ursprünglichen Betrages reducirt wird. Zwei ähnliche, doch weniger ausgedehnte Reihen geben das nämliche Resultat.

Auch wenn in dem Strome des unteren Deckelsystems nur 10 Elemente thätig waren, verminderte sich der Strom im oberen schon beträchtlich.

18. November 1881.

Anordnung genau wie bei der Reihe vom 17. November 1881, nur wird jetzt D_2 nur durch 10 Elemente geladen, D_5 dagegen durch 17:

D_2	D_{4+}	D_{4-}	$D_{4+} - D_{4-}$	D_2	D_{4+}	D_{4-}	$D_{4+} - D_{4-}$
O	+919	-939	1858	O	+851	-791	1642
Z_{10}	646	445	1091	K_{10}	393	505	898
O	1017	970	1987	O	836	711	1547
Z_{10}	593	412	1005	K_{10}	392	455	847
O	860	814	1674	O	727	702	1429
Z_{10}	533	376	909	K_{10}	415	508	924

37. Auch wenn der Deckel D_3 entfernt, D_3 zur Erde abgeleitet und das System CD_1 geladen wurde, trat eine Ver- minderung des Stromes durch die Oberfläche von D_4 ein, die sich in allen angestellten Beobachtungsreihen, sechs an der Zahl, deutlich zu erkennen gab. Doch wurde der Vor- gang dadurch etwas complicirt, dass der Strom des unteren Systems sehr stark auf die electrostatische Ladung der Gase im oberen Theil des Apparates einwirkte. Es hätte daher in diesem Fall der Einwurf gemacht werden können, dass die schwächere Electricitätsaufnahme durch D_4 ihren Grund in der starken electrostatischen Ladung der Gase habe,

nicht aber unmittelbar darin, dass die Gase im unteren System schon einen Strom geleitet hätten. Solchem Einwands musste um so mehr vorgebeugt werden, als durch Herwig¹⁾ die Hypothese aufgestellt worden ist, dass die Erscheinungen der Unipolarität und die Abweichungen vom Ohm'schen Gesetz innerhalb der Flamme auf freie Electricität zurückzuführen seien, und ich fügte deshalb den dritten Deckel zum unteren System hinzu, der es symmetrischer gestaltete, sodass die Gase nur mit geringer Ladung aus ihm austreten.

Uebrigens liess sich auch ohne Anwendung des dritten Deckels, D_3 , beweisen, dass es nicht die freie Electricität in den Gasen ist, welche die Electricitätsaufnahme durch D_4 schwächt. Die folgende Beobachtungsreihe bietet dazu das Mittel:

12. November 1881.

Doppelapparat, D_3 ist entfernt.

B — isolirt; CD_1 — Erde oder geladen durch Z_4 ;

D_2 — G — Erde; D_4 — w_3 — Electrometer;

D_5 — geladen — 10 Elemente.

CD_1	D_{4+}	D_{4-}	$D_{4+} - D_{4-}$	$D_{4+} + D_{4-}$	D_{4+}	D_{4-}	$D_{4+} - D_{4-}$	$D_{4+} + D_{4-}$
O	+435	-376	811	59	+281	-218	499	63
Z_4	380	353	733	27	252	233	485	19
O	350	328	678	22	271	217	488	54
Z_4	307	272	579	35	251	225	476	26
O	305	250	555	55	276	214	490	62
Z_4	269	246	515	23	233	218	451	15

Die Zahlen der Columne $D_+ + D_-$ geben an, um wieviel, dem absoluten Werthe nach, die Electricitätsaufnahme durch D_4 bei positiv geladenem D_5 grösser ist als bei negativ geladenem, da aber dieser Unterschied die Folge der electrostatischen Ladung der Gase ist, so können die Zahlen als Maass der letzteren dienen. Will man die Resultate für geladenes und ungeladenes CD_1 mit einander vergleichen, so muss jede Zahl mit dem Mittel aus der nächstfolgenden und nächstvorhergehenden combinirt werden. Verfährt man so, so findet man, dass sowohl $D_+ + D_-$ (d. h. die Ladung

1) Herwig, Wied. Ann. 1. p. 516. 1877.

der Gase) als auch $D_+ - D_-$ (d. h. die Einströmung durch D_4) kleiner sind, wenn im unteren Deckelsystem ein Strom besteht. Also wird die Verminderung der Einströmung nicht durch die gesteigerte Ladung der Gase, sondern lediglich dadurch bedingt, dass diese, ehe sie nach D_4 gelangten, schon bei ihrem Durchgange durch die unteren Deckel einen Strom zu leiten hatten.

Die positive Electricität, welche in der mitgetheilten Beobachtungsreihe bei zur Erde abgeleiteten CD_1 gefunden wurde, ist lediglich jene der Zimmerluft, die natürlich auch in das Innere des Apparates dringt. Die Anzahl der Elemente, mit denen CD_1 geladen wurde, war absichtlich so gewählt, dass die Wirkung dieser ursprünglich vorhandenen Luftelectricität möglichst aufgehoben wurde.

38. Es wurde im Anschluss an die Versuche mit dem Doppelapparat nochmals untersucht, ob etwa durch den Vorgang der Leitung im unteren System eine Art von Reibung erzeugt würde, welche ihrerseits die Ursache aller beobachteten Erscheinungen sein könnte. Der Plan, nach welchem die Untersuchung geführt wurde, war dieser: Man kann die Verminderung der Stromstärke im oberen System durch Ströme im unteren, welche durch das Vorstehende zur Genüge erwiesen ist, mit der Verminderung vergleichen, welche das Hinzufügen eines neuen, vierten Deckels zum unteren System bewirkt, und so annähernd eine Vorstellung von der Grösse gewinnen, welche die hypothetische, der Electricitätsleitung entspringende Reibung haben müsste, wenn sie die Erscheinungen erklären sollte. Wird außerdem das Verhältniss, in welchem die Aufstauung durch Leitung zu jener durch Hinzufügen eines neuen Deckels steht, auf irgend eine Art direct bestimmt, so wird sich entscheiden lassen, ob sie im Stande ist, die ihr zugeschriebene Wirkung zu üben.

Was zunächst den letzten Punkt betrifft, so wurde schon bemerkt, dass die peripherischen Theile eines Deckels stärker von den Gasen getroffen werden müssen, wenn sich der Reibungswiderstand in der Mitte des Deckels vermehrt. Das lässt sich auch an den electricalen Vorgängen nachweisen. Als nämlich der obere Theil des Doppelapparates mit nie-

drigen Glasfüssen versehen und nach Entfernung des unteren Theiles über B gesetzt, auf A aber der in der Mitte ausgeschnittene Grobdeckel gelegt und das Loch abwechselnd durch die beiden § 23 erwähnten kleinen Deckelchen ausgefüllt wurde, zeigte sich die Electricitätsaufnahme durch den Grobdeckel stärker, wenn das feine Deckelchen in der Mitte hing.

21. November 1881.

Der obere Theil des Doppelapparates, mit niedrigen Füssen versehen, wird benutzt;

B' — geladen; G — Erde; A — Grobdeckel mit Loch — w — Electrometer; J' abwechselnd von Mittel- oder Feingewebe.

J'	$B - K_{20}$	$B - Z_{20}$	A	J	$B - K_{20}$	$B - Z_{20}$	A
	A	A		A	A	A	
Mittelgewebe	+590	—		Mittelgewebe	+610	-598	
Feingewebe	695	-698		Feingewebe	669	663	
Mittelgewebe	581	629	Mittelgewebe	—	637		
Feingewebe	677	666					

Auch wenn B isolirt ist, und die Electricität zwischen zwei Deckeln verschiedenen Potentials ausgetauscht wird, lassen sich dieselben Verhältnisse mit Hülfe der folgenden Anordnung nachweisen (Fig. 7): Auf A wird ein Mitteldeckel D_1 gelegt, über ihm isolirt der Grobdeckel D_2 angebracht,

dessen Oeffnung jetzt aber auf 116 mm erweitert ist. Auf die Mitte von D_1 ist ein Weissblechylinder gestellt, in den ein Deckelchen J' von 96 mm Durchmesser aus Mittelgewebe gehängt werden kann. Wird dann der Grobdeckel D_2 geladen und gemessen, wieviel Electricität durch ihn ausströmt, so findet sich die Ausströmung am geringsten, wenn J' ganz fehlt, stärker, wenn J' eingehängt ist, und sie kann noch gesteigert werden,

wenn auf J' noch ein zweites Deckelchen von gleichem Durchmesser und Gewebe gelegt wird. Nur für diesen letzten Fall will ich eine Beobachtungsreihe vom 26. November 1881 anführen. Die Gewebe der beiden Deckelchen waren dabei 17 mm voneinander entfernt.

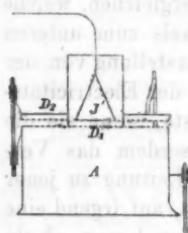


Fig. 7.

	D_{2+}	D_{2-}	$D_{2+} + D_{2-}$
J' doppelt . .	+754 E.	-725 E.	1479 E.
J' einfach . .	750	738	1488
J' doppelt . .	818	864	1682
J' einfach . .	876	845	1721
J' doppelt . .	980	865	1845
J' einfach . .	976	780	1756

Im Mittel aus diesen Messungen ist die Zahl D_2 um 80 E. grösser, wenn J' verdoppelt wird, oder um 4,7 Proc. desjenigen Betrages, den sie bei einfache J' hat. Genau denselben procentischen Werth ergab eine zweite, gleiche Beobachtungsreihe.

Bei derselben Anordnung des Apparates kann man aber auch die entsprechende Wirkung bestimmen, welche ein zwischen dem Deckelchen J' und D_1 übergehender Strom äussert. Es ist dazu nur nöthig, J' , das durch Glasstäbe gehalten wird, mit dem Pol einer Batterie zu verbinden. Der Versuch ergab:

23. November 1881.

B — isolirt; $G + A + D_1$ — Erde; D_2 — geladen — 10 Elemente — w_3 ;
 J' — abgeleitet oder geladen — K_{30} .

J	D_{2+}	D_{2-}	$D_{2+} - D_{2-}$	J'	D_{2+}	D_{2-}	$D_{2+} - D_{2-}$
O	-819	+831	-1650	O	-864	+823	-1687
K_{30}	851	857	1708	K_{30}	842	823	1665
O	860	873	1733	O	824	781	1605
K_{30}	880	865	1745	K_{30}	784	780	1564
O	885	844	1729	O	773	746	1519
K_{30}	867	845	1712	K_{30}	743	714	1457

Danach wären die Gase durch den Leitungsvorgang zwischen J' und D_1 wirklich etwas von der Mitte nach der Peripherie gedrängt worden. Berechnet man nämlich die entsprechende Zunahme der Ausströmung durch D_2 in gleicher Weise, wie bei der vorigen Reihe in Procenten der Gesamströmung, so findet man 0,3 Proc. Bei drei weiteren Versuchsreihen von gleichem Umfang ergaben sich im Mittel Vergrösserungen von +0,2, -0,2, +0,2 Proc. Man wird kaum geneigt sein, zuzugeben, dass hierdurch die hypothetische Reibung beim Vorgang der Electricitätsleitung er-

wiesen sei. Wenn sie aber existiren sollte, so ist jedenfalls der Widerstand, den sie dem Aufsteigen der Flammengase entgegenseetzt, höchstens der 15te Theil von jenem, welchen in der vorausgehenden Versuchsreihe das Hinzufügen eines zweiten Deckelchens zu J' verursacht, und unzureichend, um die Erscheinungen hervorzubringen, die erklärt werden sollen.

39. Um das zu zeigen, wurde der Doppelapparat wieder zusammengesetzt und die Aenderung gemessen, welche die electrische Strömung im oberen System erfuhr, wenn das untere noch um einen vierten Deckel von Mittelgeflecht vermehrt wurde, der den Querschnitt von G gerade ausfüllte und auf D_3 gelegt wurde. Sein Gewebe war dann 25 mm von D_3 entfernt. Der Versuch ergab:

29. November 1881:

Doppelapparat; B — isolirt; D_5 — geladen — 20 Elemente; D_4 — w_3 — Electrometer; alle anderen Theile sind zur Erde abgeleitet, das untere

System besteht abwechselnd aus 3 oder 4 Deckeln.

unteres System	$D_4 +$	$D_4 -$	$D_4 + - D_4 -$
3 Deckel	+713	-655	1368
4 Deckel	497	438	935
3 Deckel	694	636	1330
4 Deckel	532	429	961
3 Deckel	710	690	1400
4 Deckel	493	426	919

Hiernach wird die Stromintensität im oberen System in dem Verhältniss 1:0,695 vermindert durch den Zusatz des vierten Deckels, dagegen durch das Bestehen eines Stromes von 30 Elementen im unteren System (§ 36) in dem Verhältniss 1:0,303, d. h. in viel höherem Grade, während die Aufstauung durch die Stromleitung im unteren System nach den Ermittlungen des vorigen Paragraphen weit hinter jener durch den vierten Deckel zurückstehen müsste.

40. Erscheint somit die Möglichkeit ausgeschlossen, dass wir es mit mittelbaren Wirkungen (§ 7) zu thun haben könnten, so zwingen die Versuche mit dem Doppelapparat zu der Annahme, dass die Gase, indem sie dem Strom im unteren System als Leiter dienen, einen beträchtlichen Theil ihres Leitungsvermögens dauernd einbüßen und daher schlechter leitend

an das obere System gelangen, als in dem Falle, wo im unteren System kein Strom besteht. Man sieht ferner aus den Versuchen des Paragraphen 36, dass diese theilweise Vernichtung des Leitungsvermögens für stärkere Ströme bedeutender ist, und man wird sich auch denken müssen, dass sie mit der Zeit zunimmt, solange die Gase dem Einfluss des zerstörenden Stromes unterworfen sind. Danach würde das Leitungsvermögen der Gase, während sie zwischen den Deckeln des unteren Systems in die Höhe steigen, durch den Strom desto mehr geschwächt, je mehr sie sich D_3 nähern, und die Grösse K wird eine Function der Stromstärke. Da nun aber Vorzeichen und Menge der freien Electricität, welche in den über D_3 aufsteigenden Gasen enthalten ist, wesentlich von dem Verlaufe von K zwischen den Deckeln abhängt, so steht zu erwarten, dass die freie Electricität in den Gasen sich mit wachsender Stromstärke in complicirter Weise ändern wird. Um das zu untersuchen, wurde D_4 mit dem Electrometer verbunden, je drei Minuten lang der Einwirkung der Gase überlassen, und dann der Stand des Electrometers abgelesen, während D_2 bald zur Erde abgeleitet bald bis zu Potentialen verschiedener Grösse geladen wurde. Der Versuch ergab:

D_2	A	A'	D_2	A	A'	D_2	A	A'
O	- 6	-	O	+ 14,5	-	-	-	-
K_{20}	- 148,5	- 145,5	Z_5	+ 49	+ 28,5	O	+ 34,5	-
K_{10}	- 93	- 93,5	Z_{10}	+ ∞	+ ∞	K_5	+ 121	+ 82,5
O	+ 3,5	-	O	+ 31,5	-	Z_5	+ 104,5	+ 62,5
K_{10}	- 87	- 94,5	Z_{10}	+ ∞	+ ∞	O	+ 46	-
K_5	+ 107,5	+ 96,5	Z_3	- 14	- 46	Z_5	+ 115	+ 67
O	+ 15	-	O	+ 33	-	K_5	+ 127	+ 78
K_5	+ 101	+ 88	Z_3	- 19,5	- 54,5	O	+ 51	-
K_{10}	- 67	- 78	Z_{10}	+ ∞	+ ∞	K_5	+ 106,5	+ 54,5
O	+ 9	-	O	+ 38	-	Z_5	+ 143	+ 91
K_{10}	- 91,5	- 102,5	Z_{10}	+ ∞	+ ∞	O	+ 58	-
K_5	+ 100,5	+ 88	Z_3	- 4,5	- 39			
O	+ 14,5	-	O	+ 32,5	-			

Das Zeichen $+ \infty$ bedeutet, dass die Ablenkung am Electrometer + 300 Scalentheile überschritt.

In der Columne A' sind die Differenzen zwischen den

beobachteten Ablenkungen und den durch Interpolation berechneten, welche beobachtet worden wären, wenn D_2 zur Erde abgeleitet gewesen wäre, angegeben. Die Zahlen A' repräsentiren also den Einfluss der freien Electricität, mit welcher die Gase durch den Strom im unteren System beladen sind. Wie man sieht, ist sie für kleine electromotorische Kräfte der Ladung von D_2 gleichnamig, wechselt aber ihr Vorzeichen, wenn die electromotorischen Kräfte zunehmen, und da der Vorzeichenwechsel für positive Ladungen von D_2 später eintritt, so kann man, wie die dritte Gruppe der Beobachtungen zeigt, bei passend gewählter Zahl der Elemente fast die nämliche Electrisirung der Gase hervorbringen, wenn man D_2 durch den positiven, und wenn man es durch den negativen Pol ladet. In dem Vorzeichenwechsel der Electrisirung bei wachsender electromotorischer Kraft documentiren sich deutlich die Aenderungen des Leitungsvermögens, welche durch den Strom selbst hervorgebracht werden. Worin der Grund für die Ungleichheiten bei positiver und negativer Ladung von D_2 und besonders für die auffallend grossen Werthe bei der Ladung durch den Zinkpol von zehn Elementen liegt, ist für jetzt nicht zu entscheiden. Vielleicht liegen hier unipolare Erscheinungen vor, doch wurden solche bei diesen Versuchen sonst nicht wahrgenommen.

41. Wenn nun nach allem Vorstehenden angenommen werden muss, dass das Leitungsvermögen der Gase, während ein Strom hindurchgeschickt wird, abnimmt, und um so mehr, je stärker er ist, so ergibt sich als einfache Folgerung hieraus, dass die Stromintensitäten nicht mehr den electromotorischen Kräften proportional sein können, sondern für grössere electromotorische Kräfte kleiner ausfallen müssen, als der Proportionalität entsprechen würde. Jene Abweichungen vom Ohm'schen Gesetze, von denen diese ganze Untersuchung ausging, würden also durch von der Stromintensität abhängige Aenderungen im Leitungsvermögen erklärt sein und als nur scheinbare angesehen werden dürfen.

Dabei ist aber, wenn sich die Electroden nicht in gleicher Höhe befinden, ein Unterschied zwischen der oberen und

unteren zu machen. Der letzteren werden unausgesetzt frische Gase zugeführt, welche dem Strome noch nicht unterlagen, hier ist also die Änderung des Leitungsvermögens nicht direct zu bemerken und kann sich nur durch Modification der electrostatischen Ladung der Gase zwischen den Electroden fühlbar machen. Für die obere Electrode dagegen tritt die Änderung des Leitungsvermögens unmittelbar in Wirksamkeit.

42. Auch wenn ein Strom durch die Flamme selbst geführt wurde, machte sich eine Abnahme des Leitungsvermögens in den aufsteigenden Gasen bemerkbar. Bei den Versuchen hierüber wurde der obere Theil des Doppelapparates, auf niedrigen Füßen stehend, benutzt (Fig. 8). Der früher im unteren Theile von *G* festgelöthete Deckel *D*₃ war jetzt am oberen Rande angebracht, auf *A* lag dasselbe Deckelpaar, wie bei früheren Versuchen, *D*₄, *D*₅. Es wurden verschiedene Electrodenpaare benutzt: Das erste Paar bestand aus zwei Platinblechen, je 150 mm lang, 29 mm breit, die gebogen waren, wie es die Figur bei *EE* zeigt, und die Flamme mit Ausnahme ihres untersten Endes der ganzen Länge nach, etwa auf 80 bis 900 mm zwischen sich hatten. Unten glühten sie fast weiss, oben nur schwach

roth. Weil die Bleche bei dieser Anordnung der Flamme gar zu viel Wärme entzogen, benutzte ich sie später in der Art, dass ich ihre Breitenrichtung der Flammenaxe parallel stellte und nur das freie Ende in die Flamme brachte (Electrodenpaar II). So wurde wenigstens nur nach einer Seite Wärme abgeleitet; die Bleche glühten unten weiss, oben hellroth. Um wo möglich noch weniger Wärme zu verlieren, benutzte ich drittens ein Paar Bleche, 28 mm lang, 17 mm breit, die von möglichst

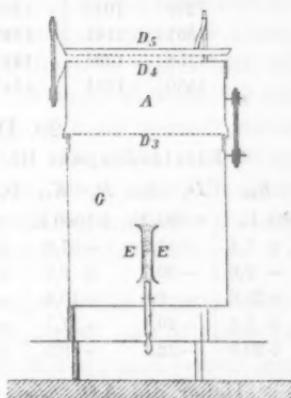


Fig. 8.

dünnen Platindrähten gehalten wurden. Sie glühten weiss. Die Versuchsresultate waren die folgenden:

18. December 1881.

B — isolirt; G — Erde; D_4 — w_2 — Electrometer; D_5 — geladen durch 10 Elemente; den Strom in der Flamme gibt eine Batterie von 30 Elementen.

Electrodenpaar I.

$D_5 - K_{10}$	$D_5 - Z_{10}$	$D_5 - K_{10}$	$D_5 - Z_{10}$	$D_5 - K_{10}$	$D_5 - Z_{10}$	in d. Flamme:
$D_4 = +1475$	-1582	+1369	-1228	+1484	-1152	kein Strom
771	772	1147	572	1127	703	Strom
1441	1189	1419	1812	1490	1097	kein Strom
823	871	1064	642	1117	828	Strom
1507	1228	1230	1217	1365	972	kein Strom

Electrodenpaar II.

$D_5 - K_{10}$	$D_5 - Z_{10}$	$D_5 - K_{10}$	$D_5 - Z_{10}$	$D_5 - K_{10}$	$D_5 - Z_{10}$	in d. Flamme:
$D_4 = +1334$	-1221	+1677	-1497	+1768	-1568	kein Strom
1220	1040	1400	1367	1559	1447	Strom
1951	1161	1747	1640	1596	1623	kein Strom
1358	1098	1499	1536	1380	1434	Strom
1530	1351	1647	1616	1716	1601	kein Strom

20. December 1881.

Electrodenpaar III, sonst wie bei den vorigen Reihen.

$D_5 - K_{10}$	$D_5 - Z_{10}$	$D_5 - K_{10}$	$D_5 - Z_{10}$	$D - Z_{10}$	$D - K_{10}$	$D - Z_{10}$	in d. Flamme:
+900 E.	-900 E.	+1000 E.	-800 E.	-800 E.	+1000 E.	-900 E.	
$\Delta D_4 + 1,4$	-13,2	+37,3	+27,4	+22,8	+33,2	+32,9	kein Strom
-0,6	-30,7	+9,9	+7,3	+4,5	-10,1	+4,5	Strom
+25,6	-0,6	+10,8	-2,7	+18,7	+23,2	+28,1	kein Strom
+1,6	-20,1	+31,7	+7,1	-7,6	-8,3	-11,1	Strom
+20,3	-22,1	+9,9	+18,6	+5,1	-2,4	+23,1	kein Strom

Ueber die Art, wie diese Versuche ausgeführt wurden, ist noch zu bemerken, dass jeder einzelnen Zahl nur halb so viel Umkehrpunkte zu Grunde liegen, als den gewöhnlichen Messungen, und dass die einzelnen Bestimmungen in Intervallen von drei Minuten (statt wie sonst von zehn Minuten) auf einander folgten. Während der zweiten Hälfte jeder Reihe war die Richtung des Flammenstromes jener entgegengesetzt, die er während der ersten Hälfte gehabt hatte. Da bei Anwendung der Electroden III die Aenderungen der Einströmung nur kleine waren, so habe ich während der einzelnen Beobachtungsgruppen an der Ein-

stellung nichts geändert und mich begnügt, in der Tabelle die Abweichungen der Electrometernadel von der Ruhelage unter der Bezeichnung AD_4 anzuführen: Ein Scalentheil entspricht 5,85 Einheiten. Das positive Vorzeichen bedeutet, dass der aus der Abweichung berechnete Betrag der Anzahl von Einheiten, welche über jeder Zahlengruppe angegeben ist, dem absoluten Werthe noch hinzugefügt werden muss.

Die Nadel des Electrometers war bei diesen Beobachtungen ausserordentlich unruhig, bei der letzten mitgetheilten Beobachtungsreihe z. B. war die mittlere Entfernung der beiden äussersten bei Bestimmung jeder einzelnen der 35 Zahlen notirten Umkehrpunkte 64 Scalentheile. Dennoch ergibt sich bei den beiden ersten Reihen überall deutlich die Veränderung des Leitungsvermögens durch den Flammenstrom wenn man jede Zahl mit dem Mittel der beiden benachbarten vergleicht. In der dritten und vierten Gruppe der letzten Reihe finden sich allerdings drei Fälle vom Gegentheil, die Wirkung ist überhaupt nur noch schwach, ob deshalb, weil die Electroden kleiner, oder deshalb, weil sie wärmer waren, als in den anderen Versuchen, lässt sich nicht entscheiden. Mit den Electroden III wurde noch eine zweite Beobachtungsreihe angestellt, welche dasselbe Ergebniss wie die mitgetheilte lieferte und nur einen Ausnahmefall aufwies.

43. Endlich kann man aber schon in der Flamme selbst die Veränderung des Leitungsvermögens mit den gewöhnlich bei Flammenströmen benutzten Mitteln nachweisen; man braucht dazu zwei Stromkreise, einen oberen, in den ein empfindliches Galvanometer geschaltet ist, und einen unteren, durch welchen das Leitungsvermögen geschwächt werden soll. Als unteres Electrodenpaar wurde das dritte der vorigen Versuche, als oberes zwei kleine rechteckige Platinbleche, 16 mm lang, 10 mm breit, gleichfalls an möglichst dünnen Drähten befestigt, benutzt. Um Abzweigungen vom unteren Strome durch die Galvanometerleitung zu verhindern, waren die Electroden so angeordnet, dass die Ebenen der oberen jene der unteren kreuzten, und der Zweck wurde soweit erreicht, dass beim Commutiren eines Stromes von zehn Ele-

menten im unteren Kreise die Einstellung des Galvanometers sich um weniger als einen Scalentheil änderte.

Zur Ermittlung der Stromstärken im oberen Kreise wurden stets durch Commutiren die Ablenkungen nach beiden Seiten bestimmt, sodass die Zahlen der folgenden Tabelle die doppelten Ablenkungen geben. In den oberen Stromkreis waren vier Leclanché-Elemente geschaltet, in den unteren kleine Daniell'sche Elemente, zuerst 30, später 10.

28. December 1881.

30 Daniell im unteren Kreise				10 Daniell im unteren Kreise			
I		II		I		II	
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
45	33	55	44	58	55	59	55
46	39	57	50	63	56	58	55
50	41	63	50	62	55	58	53
57	43	63	51	60	56	58	55
57	44	67	50	62	55	58	54
		62	50	59	55	56	54

In den Columnen *a* stehen die Werthe der doppelten Ablenkung für den Fall, dass im unteren Kreise kein Strom bestand, unter *b* jene für den Fall, dass ein Strom hindurchgeschickt wurde. Die Gruppen I und II unterscheiden sich dadurch, dass in ihnen der untere Strom entgegengesetzte Richtung hatte.

44. Es war von Interesse, die Grösse der Abweichung vom Ohm'schen Gesetz beim unteren Strome mit der Veränderung des Leitungsvermögens, welche durch den oberen angezeigt wurde, zu vergleichen. Es ergab sich, dass die von einem Leclanché-Element und von zehn Elementen, deren *ER* 8,02 mal so gross war, im unteren Kreise erregten Ströme sich verhielten wie 1:1,70. Die Verminderung des Leitungsvermögens zwischen den oberen Electroden, welche der Strom der zehn Elemente, durch den unteren Kreis gesendet, verursachte, war aber nur 0,15 des ursprünglichen Betrages, die Galvanometerablenkung verkleinerte sich nämlich in dem Verhältniss 1:0,85. Diese Abnahme des Leitungsvermögens ist also viel kleiner als die, welche erforder-

lich wäre, um die beobachtete Abweichung vom Ohm'schen Gesetz zu erklären.

Nach den Versuchen mit dem Doppelapparat scheint bei den Flammengasen in höheren Lagen ein ähnliches Missverhältniss zwischen der beobachteten dauernden Veränderung des Leitungsvermögens und den Abweichungen vom Ohm'schen Gesetze nicht zu bestehen.

45. Ehe ich diesen Abschnitt schliesse und zur Beschreibung anderer, zum Theil entgegengesetzter Erscheinungen übergehe, halte ich es nöthig, zu betonen, dass bei allen Versuchsreihen, auch bei den im Texte gar nicht erwähnten, welche unter den in diesem und dem vorigen Abschnitt näher beschriebenen Bedingungen ausgeführt worden sind, die Resultate stets genau die beschriebenen waren, nicht nur im Mittel aus jeder Versuchsreihe, sondern in aller Strenge für jede einzelne Messung einer jeden Versuchsreihe. Die einzigen Ausnahmen sind die im 42. Paragraphen ausdrücklich erwähnten bei der Beobachtungsreihe mit Electrodenpaar III.

(Fortsetzung im nächsten Heft.)

V. *Theorie der electrochemischen Experimente des Hrn. Guébhard; von W. Voigt.*

In einer Reihe von im Laufe der letzten drei Jahre veröffentlichten Aufsätzen¹⁾ behandelt Hr. Guébhard eine eigenthümliche Gattung electrochemischer Versuche, die er (an verschiedenen Stellen mit ähnlichen Worten) in einer seiner letzten Publicationen so charakterisirt:

„Stellt man einer horizontalen, sehr dünnen, genau durch die Wände einer electrolytischen Zelle²⁾ begrenzten Metall-

1) A. Guébhard, Compt. rend. 90. p. 984 u. 1124. 1880. 93. p. 582 u. 792. 1881. u. 94. p. 437 u. 851. 1882. Journ. de phys. (2) 1. p. 205. 1882. L'Électricien 1882.

2) Hr. Guébhard benutzt als Flüssigkeit eine Lösung von essigsaurem Blei und Kupfer.

platte eine beliebige Zahl von verticalen cylindrischen¹⁾ Electroden gegenüber, so stellen die entstehenden Farbenringe²⁾ mit sehr grosser Annäherung das theoretische System der aequipotentiellen Linien dar, welches sich ergeben würde, wenn man dieselben Electroden direct auf eine durch die gleichen Grenzen begrenzte leitende Ebene aufsetzte.“

„Einige experimentelle Vorsichtsmaassregeln machen die Annäherung zum mindesten gleich der der besten Zeichnungen, und es bietet sich kein Hinderniss mehr, dass ein Process, der mittelst aller bekannten Thatsachen controlirt worden ist, dazu dient, diejenigen Fälle empirisch zu lösen, welche den Hülfsmitteln der Analysis entgehen.“

Dass der Schluss, welchen Hr. Guébhard an seine Versuche knüpft, — als wären die von ihm erhaltenen isochromatischen Linien identisch mit den Curven constanten Potentiales, die einer Stromverzweigung in der Metallplatte entsprechen — irrig ist, bedarf wohl keines Beweises, denn es ist ohne weiteres klar, dass die chemische Wirkung des Stromes von dem absoluten Werthe des Potentiales gar nicht abhängig ist³⁾; aber die Versuche sind so hübsch und einfach, dass es vielleicht nicht überflüssig erscheint, ihre Theorie zu entwickeln, um so mehr, als dieselbe recht einfach ist. Die Resultate sollen beiläufig mit den Behauptungen des Hrn. Guébhard verglichen werden.

Die nach dem oben mitgetheilten Verfahren erhaltenen isochromatischen Linien sind, genau wie bei dem analogen einfacheren Experiment, welches von Nobili⁴⁾ angestellt und zuerst von Riemann⁵⁾ theoretisch behandelt ist, die Curven gleicher Dichtigkeit des in die Metallplatte

1) Als Electroden werden dünne stählerne Nadeln empfohlen.

2) Um grosse Ausdehnung der Farbnerscheinung zu erhalten, muss man eine Kette mit hoher Potentialdifferenz der Pole anwenden.

3) Die Notiz, welche Hr. Helmholtz in den Berl. Ber. vom 2. März 1882 in einem ähnlichen Sinne gibt, bedarf demgemäss ebenfalls einer Berichtigung.

4) Nobili, Biblioth. univers. de Genève. **33.** p. 302. **34.** p. 194. **35.** p. 261. 1879. Nobili benutzte übrigens bereits mitunter, genau wie Hr. Guébhard, mehrere Electroden.

5) Riemann, Pogg. Ann. **95.** p. 130. 1855.

hineingehenden Stromes. Von der Stromverzweigung in der Platte ist die Erscheinung fast vollständig unabhängig; die Leitungsfähigkeit derselben ist gegen die der Flüssigkeit so ausserordentlich gross, dass in ihr keine irgend merkliche Potentialdifferenz zu Stande kommen kann, selbst wenn sie eine sehr geringe Dicke hat. Es ist auch zu bemerken, dass, so sehr Hr. Guébhard an der citirten Stelle die geringe Dicke der Platte betont, diese ihm selbst nicht eine wesentliche Bedingung des Experiments ist, denn er berichtet an einer anderen Stelle¹⁾, dass er eine Messingplatte von 10 und 18 cm Seite und 4 mm Dicke mit Erfolg benutzt habe. Ich werde demgemäss, ebenso wie Riemann, bei einer Theorie der Guébhard'schen Versuche die Aenderung des Potentiales im Inneren der Platte vernachlässigen.

Ehe ich aber diese Theorie mittheile, will ich kurz das Wesentliche des Problems der Stromverzweigung in einer dünnen Platte recapituliren, um die oben angedeutete Vergleichung zu erleichtern.

Die Niveaucurven für die Strömung in einer ebenen Platte, die ich kurz die Kirchhoff'schen nennen werde, sind gegeben durch:

$$U = C,$$

wenn C eine beliebige Constante und U eine Function ist, die innerhalb der Platte genügt der Gleichung:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0,$$

überall eindeutig und stetig ist, nur in den Zuleitungsstellen unendlich wird, wie der Logarithmus der Entfernung von denselben, und am freien Rande erfüllt:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial \nu} = 0,$$

wenn ν die Normale auf der Randcurve bezeichnet. Ist die Platte aus mehreren verschiedenen Metallen zusammengesetzt, so ist längs der Grenzlinie zwischen dem h . und k . Stück:

$$\bar{U}_h - \bar{U}_k = E_{hk} \text{ d. h. constant:}$$

$$A_h x_h \frac{\partial \bar{U}_h}{\partial \nu} = A_k x_k \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial \nu},$$

1) In dem Separatabdruck aus l'Électricien p. 23 Anm.

(die Normale in demselben Sinne durch die Grenze hindurchgerechnet), wenn mit A_h die Dicke, mit x_h die Leistungsfähigkeit des h . Theiles bezeichnet wird.

Für die Niveaucurven folgen hieraus einige allgemeine Eigenschaften. Sie bilden nahe um die Zuleitungsstellen geschlossene Curven, die in unendlicher Nähe zu kleinen Kreisen werden. In grösserer Entfernung verlaufen sie von Rand zu Rand, sodass sie auf den Randelementen, von denen sie ausgehen, senkrecht stehen. Ueber die Grenze zweier verschiedenartiger Platten hinweg schliessen sie sich (indem der Parameter C um E_{hk} springt) in der Weise aneinander, dass die Cotangentialen der Winkel, die sie an der Grenze mit der Normalen machen, sich verhalten wie die Producte aus Leistungsfähigkeit und Dicke:

$$\operatorname{ctg}(U_h, v) : \operatorname{ctg}(U_k, v) = A_h k_h : A_k k_k.$$

Die Guébhard'schen Curven hingegen werden auf folgende Weise erhalten.

Ist eine Function V gefunden, welche in der Flüssigkeit eindeutig und stetig ist, nur an den Zuleitungsstellen unendlich wird, wie die reciproke Entfernung, welche ferner überall genügt der Gleichung:

$$(1) \quad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0,$$

die am Boden (d. h. für $z = 0$) ergibt:

$$V = c$$

— wobei ohne Beschränkung $c = 0$ zu nehmen ist —, desgleichen an der freien Oberfläche (d. i. für $z = \delta$):

$$(3) \quad \frac{\partial V}{\partial z} = 0,$$

und an den Wänden des Troges:

$$(4) \quad \frac{\partial V}{\partial n} = 0$$

so gibt $(\partial V / \partial z)_{z=0}$ gleich einer Constanten gesetzt die Gleichung der Curven gleicher Stromdichte an der Metallplatte des Bodens, denn da dieselbe eine Niveauplattform bildet, tritt die Strömung in normaler Richtung in sie ein.

$$(5) \quad \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)_{z=0} = W(x, y) = K$$

ist demnach die Gleichung der Guéhard'schen isochromatischen Curven.

Um einige ihrer allgemeinen Eigenschaften zu finden, bedenke man, dass:

$$V = 0$$

die Niveaufläche gibt, die in die Platte fällt, ein unendlich kleines V also die unmittelbar benachbarte, deren Gleichung sich demnach auch schreibt:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)_{z=0} \delta z = h,$$

wobei δz den senkrechten Abstand der zweiten von der ersten bezeichnet. Die Curven $W = K$ sind also zugleich definiert durch $\delta z = \text{Const.}$ und hieraus folgt, dass dieselben entweder geschlossene Curven sein müssen oder von Rand zu Rand in der Weise verlaufen, dass sie auf den Randelementen senkrecht stehen. Das letztere ergibt auch unmittelbar Gleichung (4) nach z differentiiert und darin $z = 0$ gesetzt, woraus folgt $\partial W / \partial v = 0$. Die innerste geschlossene Curve eines jeden Systems ist aber nicht nothwendig ein unendlich kleiner Kreis, sondern kann eine Ellipse sein; sie befindet sich im allgemeinen nicht normal unter der betreffenden Einströmungsstelle, sondern an einem anderen Punkte, der gegeben ist durch:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial y} = 0.$$

Besteht der Boden aus mehreren Platten verschiedener Substanz, so ist das Potential für $z = 0$ nicht mehr überall zu Null zu machen, sondern auf jedem Plattentheil einer anderen Constante gleich. Wir setzen es demgemäß zusammen aus dem oben bestimmten V plus einer anderen Function V' , die ausser der Hauptgleichung (1) und den Randbedingungen (3) und (4) noch erfüllt, dass im h . Plattentheil:

$$\text{für } z = 0 \quad V = C_h$$

ist; V' ist dann das Potential der Strömung, die ohne Zuleitung von aussen in dem aus verschiedenen Metallen und einer Flüssigkeit gebildeten Element stattfindet.

Die Curven gleicher Stromdichte am Boden sind jetzt durch:

$$\left(\frac{\partial (V + V')}{\partial z} \right)_{z=0} = W + W' = K$$

gegeben. Um zu erkennen, wie sie sich über die Grenzen (h, k) fortsetzen, führen wir Coordinatenachsen ν und σ senkrecht und parallel einem Grenzelement ein; es ist dann, da V stetig über die Grenze (h, k) verläuft:

$$\frac{\partial W_h}{\partial \nu} = \frac{\partial W_k}{\partial \nu}, \quad \frac{\partial W_h}{\partial \sigma} = \frac{\partial W_k}{\partial \sigma} \quad \text{ist:}$$

$$\operatorname{ctg}(W_h, \nu) = - \frac{\frac{\partial W_h}{\partial \sigma} + \frac{\partial W'_h}{\partial \sigma}}{\frac{\partial W_h}{\partial \nu} + \frac{\partial W'_h}{\partial \nu}}, \quad \operatorname{ctg}(W_k, \nu) = - \frac{\frac{\partial W_k}{\partial \sigma} + \frac{\partial W'_k}{\partial \sigma}}{\frac{\partial W_k}{\partial \nu} + \frac{\partial W'_k}{\partial \nu}}.$$

Nun muss aber nothwendiger Weise W' in der Grenze selbst unendlich werden, denn längs derselben findet eine endliche Potentialdifferenz und demgemäss bei einem Ausgleich durch ein unendlich kurzes Wegelement eine unendliche Stromdichte statt; also muss auch $\partial W_h'/\partial \nu = \partial W'_k/\partial \nu = \infty$ und daher, so lange W_h endlich ist, d. h. die Electroden in endlicher Entfernung von der Bodenplatte bleiben:

$$\angle W_h, \nu = \angle W_k, \nu = \frac{\pi}{2}$$

sein; d. h. aber an der Grenze zweier Metalle liegen die isochromatischen Curven der Grenzcurve parallel.

Wenn trotzdem Hr. Guébhard behauptet, das obige Brechungsgesetz für seine Curven durch Experimente erhalten zu haben, so weiss ich das nur dadurch zu erklären, dass bei seinen Versuchen die verschiedenen Metalle der Bodenplatte, die nicht zusammengelöht, sondern nur aneinander gelegt waren¹⁾, sich vielleicht sehr unvollkommen berührt haben. In einem solchen Falle würde die Stromdichte in der Grenze selbst nicht unendlich werden und sich die Möglichkeit einer Fortsetzung der isochromatischen Curven über die Grenze hinaus bieten, — freilich damit noch nicht die

1) Guébhard, Journ. de phys. l. c. p. 217. 1882. (Separatabzug p. 12).

der Giltigkeit des Brechungsgesetzes. Da sich aber Hr. Guébhard überhaupt nicht auf Messungen eingelassen hat, so ist wohl möglich, dass er aus der Beobachtung einer Brechung seiner Curven sogleich die Giltigkeit jenes Brechungsgesetzes geschlossen hat.

Dieses Brechungsgesetz wird aber in einem anderen von Hrn. Guébhard nicht beobachteten Falle geltig, nämlich dann, wenn über einer einfachen Platte durch eine dünne poröse Wand geschieden zwei verschiedene electrolytische Flüssigkeiten sich befinden. Denn da längs dieser Wand gilt:

$$V_h - V_k = E_{hk}, \quad \text{sowie } x_h \frac{\partial V_h}{\partial \nu} = x_k \frac{\partial V_k}{\partial \nu},$$

so ergibt sich auch:

$$W_h = W_k \text{ also } \frac{\partial W_h}{\partial \sigma} = \frac{\partial W_k}{\partial \sigma}, \quad \text{sowie } x_h \frac{\partial W_h}{\partial \nu} = x_k \frac{\partial W_k}{\partial \nu},$$

und daraus folgt das obige Gesetz, nur stehen an Stelle der Leistungsfähigkeiten der Metalle hier die der Flüssigkeiten.

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen ist also eine gewisse Aehnlichkeit des Charakters der Guébhard'schen und der Kirchhoff'schen Curven nicht zu leugnen. Dass der Verlauf im einzelnen aber sehr erheblich verschieden ist, lässt sich leicht durch die Betrachtung specieller einfacher Fälle nachweisen.

Ich nehme zunächst die Flüssigkeit von der Dicke δ nach den Seiten hin unbegrenzt und in ihr beliebig viele punktförmige Einströmungsstellen p_h , in den Punkten $\alpha_h \beta_h \gamma_h$ angebracht. V hat dann nur die Bedingungen zu erfüllen, dass es überall eindeutig und stetig ist, mit Ausnahme der Einströmungsstellen, wo es unendlich wird wie die reciproke Entfernung, dass es in der ganzen Flüssigkeit:

$$(1) \quad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0,$$

und an der unteren Grenze ($z = 0$):

$$(2) \quad V = 0,$$

an der oberen ($z = \delta$):

$$(3) \quad \frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

macht. Die ersten beiden Bedingungen sind erfüllt, wenn V das Newton'sche Potential in allen Punkten p_h angebrachten Massen m_h und ausserdem beliebiger ausserhalb der Flüssigkeit supponirter ist. Diese letzteren sind, um die beiden letzten Bedingungen (2) und (3) zu erfüllen, in die Oerter der Spiegelpunkte zu legen, die den p_h entsprechen, wenn die beiden Ebenen $z = 0$ und $z = \delta$ spiegelnd gedacht werden, und zwar ist in den Bildern, die man durch Spiegelung in der Ebene $z = 0$ erhält, die entgegengesetzte, in denen in der Ebene $z = \delta$, die gleiche Masse anzubringen wie in den Objectpunkten, denen sie zunächst entsprechen. Also gehören für die Spiegelpunkte in einem solchen System, das ich P_h nennen will, Massen und Coordinaten zusammen wie folgt:

$$\begin{aligned} z &= \gamma_h, & +m_h, \\ z &= -\gamma_h, & -m_h, & z = 2\delta - \gamma_h, & +m_h, \\ &= -2\delta + \gamma_h, & -m_h, & = 2\delta + \gamma_h, & -m_h, \\ &= -2\delta - \gamma_h, & +m_h, & & \text{u. s. f.} \end{aligned}$$

Das Potential dieser Punktreihe P_h auf die Stelle xyz ist, falls kurz $(x - \alpha_h)^2 + (y - \beta_h)^2 = \varrho_h^2$ gesetzt wird:

$$\begin{aligned} m_h \left[\frac{1}{V\varrho_h^2 + (\gamma_h - z)^2} - \frac{1}{V\varrho_h^2 + (\gamma_h + z)^2} \right. \\ \left. + \sum_1^{\infty} (-1)^h \left(\frac{1}{V\varrho^2 + (2k\delta + \gamma_h - z)^2} + \frac{1}{V\varrho^2 + (2k\delta - \gamma_h + z)^2} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{V\varrho^2 + (2k\delta - \gamma_h - z)^2} - \frac{1}{V\varrho^2 + (2k\delta + \gamma_h + z)^2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Oder auch:

$$m_h \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^k \left(\frac{1}{V\varrho_h^2 + (2k\delta + \gamma_h - z)^2} - \frac{1}{V\varrho_h^2 + (2k\delta - \gamma_h - z)^2} \right).$$

Die Umformung dieser Summe hat Riemann¹⁾ gegeben; ich setze ihren Werth kurz $= \Phi_h \cdot m_h$.

Das gesammte Potential wird dann für die unbegrenzte Platte durch Summation solcher Ausdrücke für alle n Zuströmungsstellen erhalten:

$$V = \sum_h m_h \Phi_h.$$

1) Riemann, l. c. p. 133.

Dabei bestehen zwischen den Coefficienten m_h eine Reihe Relationen, die von der Art abhängen, in welcher die Punkte p_h mit galvanischen Batterien und untereinander leitend verbunden sind. Eine in dem Falle, dass die Bodenplatte nicht mit einer Zuleitung versehen ist, stets geltende ist:

$$\sum_h m_h = 0.$$

Ist die Flüssigkeit nach den Seiten hin durch Wände, die sich senkrecht über der Platte erheben, im Endlichen begrenzt, so kommt zu den obigen Bedingungen noch hinzu, dass längs dieser Grenzen:

$$(4) \quad \frac{\partial V}{\partial n} = 0,$$

ist, falls n die Normale auf dieser cylindrischen Wand bedeutet.

Ist die Platte oder besser der Durchschnitt des Flüssigkeitscylinders (denn die Platte kann sich nach allen Seiten beliebig erstrecken) nur von Geraden begrenzt, so lässt sich in vielen Fällen die letztere Bedingung erfüllen, indem man noch Massensysteme P_h in derselben Anordnung, wie das oben erörterte, senkrecht zur Ebene $z = 0$ über Stellen anbringt, welche die Spiegelpunkte der Stellen p_h in der spiegelnd gedachten Begrenzungscurve darstellen. Dies Verfahren genügt nämlich in allen den Fällen, in welchen von den durch successive Spiegelung erzeugten Punkten keiner in der Flüssigkeit liegt.

In diesen Spiegelpunkten ist jederzeit die gleiche Masse anzubringen, wie in den gespiegelten, und das ganze electrische Potential gewinnt demgemäß die Form:

$$(6) \quad V = \sum_h m_h \sum_i \Phi_h^i$$

wo Φ_h^i für das i Spiegelbild zu nehmen ist, wie oben Φ_h (jetzt Φ_h^i) für das gespiegelte System P_h .

Eine Modification des erörterten Verfahrens gibt das Potential auch für einige Probleme der oben erwähnten Gattung, bei welchen über der Platte mehrere Flüssigkeiten nebeneinander, aber getrennt durch poröse verticale, und zwar ebene Wände sich befinden. Nur sind dann die in den

Spiegelbildern der Systeme P_h angebrachten Massen nicht den in den gespiegelten gleich zu wählen, sondern jedesmal nach der Formel (4) durch Rechnung zu bestimmen. Nimmt man als einfachstes Beispiel eine unendliche Platte bedeckt durch zwei Flüssigkeiten von den Leistungsfähigkeiten z_1 und z_2 , die längs der YZ -Ebene zusammenstossen mögen, und bezeichnet die Massen, welche im Falle einer die ganze Ebene bedeckenden Flüssigkeit in dem System P_h anzubringen sind, mit m_h , so wird das ganze Potential auf der ersten Plattenhälfte erhalten als das der auf der zweiten Hälfte liegenden Systeme P_h , in ihnen die Massen $m_h \cdot 2z_2/(z_1 + z_2)$ angebracht, plus dem der auf der ersten Hälfte liegenden Systeme, in ihnen die m_h selbst supponirt, plus dem Potential ihrer Spiegelbilder in der YZ -Ebene, diese mit den Massen $m_h \cdot (z_1 - z_2)/(z_1 + z_2)$ versehen.

Alle Fälle krummliniger Begrenzung des Flüssigkeitsquerschnittes geben unübersichtliche Resultate. Den einfachsten hat Riemann¹⁾ behandelt. Auch die Annahme, dass die Bodenplatte aus mehreren Metallen bestehe, lässt sich bei endlicher Dicke der Flüssigkeitsschicht nicht in geschlossener Form behandeln. Ich bleibe demgemäß bei dem bis zu Gleichung (5) geführten Problem.

Die Curven constanter Stromdichte ergeben sich durch durch die Formel:

$$K = \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)_{z=0},$$

wie bereits oben erörtert.

Nun ist aber:

$$\Phi_h^i = \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^k \left[\frac{1}{V \varrho_h^{i/2} + (2k\delta + \gamma_h - z)^2} - \frac{1}{V \varrho_h^{i/2} + (2k\delta - \gamma_h - z)^2} \right],$$

also:

$$\left(\frac{\partial \Phi_h^i}{\partial z} \right)_{z=0} = \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^k \left[\frac{2k\delta + \gamma_h}{V \varrho_h^{i/2} + (2k\delta + \gamma_h)^2} - \frac{2k\delta - \gamma_h}{V \varrho_h^{i/2} + (2k\delta - \gamma_h)^2} \right],$$

und demnach sind die Curven gleicher Stromdichte definit durch:

1) Riemann, I. c. p. 134.

$$(7) \quad K = \sum_h m_h \sum_{i=-\infty}^{+\infty} (-1)^k \left[\frac{2k\delta + \gamma_h}{V\varrho_h^{i^2} + (2k\delta + \gamma_h)^2\delta^3} - \frac{2k\delta - \gamma_h}{V\varrho_h^{i^2} + (2k\delta - \gamma_h)^2\delta^3} \right].$$

In denselben Bezeichnungen lautet aber die Gleichung der Niveaucurven für die Stromverzweigung in der Platte, welche die gleiche Begrenzung hat, wie der Flüssigkeitstrog und in derselben Weise vertheilte Zuströmungsstellen enthält:

$$(8) \quad C = \sum_h m_h \sum_i l(\varrho_h^i).$$

Von einer Identität kann also unter keinen Umständen die Rede sein.

Nimmt man alle $\gamma_h = \delta$, legt also die Zuströmungsstellen in die freie Oberfläche, so lautet die Formel (7):

$$K = \sum_h m_h \sum_{i=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{4(2k+1)\delta}{V\varrho_h^{i^2} + (2k+1)^2\delta^3}.$$

Besonders einfach aber wird dieselbe, wenn die Dicke δ der Flüssigkeitsschicht gross ist gegen den Abstand γ_h der Electroden von der Platte. Dies in der Praxis zu erreichen, müssten die Zuleitungsdrähte bis zu ihrem freien Ende hin gegen die Flüssigkeit isolirt sein. In diesem Falle wird nämlich die Formel zu:

$$K = 2 \sum_h m_h \gamma_h \sum_i \frac{1}{V\varrho_h^{i^2} + \gamma_h^2},$$

oder wenn sie nur auf Stellen in beträchtlicher Entfernung von den Zuleitungspunkten angewandt wird:

$$K = 2 \sum_h m_h \gamma_h \sum_i \frac{1}{\varrho_h^{i^2}}.$$

Auch in diesen einfachsten Fällen ist die Gleichung unbequem zu discutiren, doch überzeugt man sich leicht durch Zahlenbeispiele, dass die durch sie dargestellten Curven von den Kirchhoff'schen stark abweichen.

Nimmt man z. B. die unbegrenzte Ebene und nur zwei Electroden im Abstand 2α , so soll nach Hrn. Guébhard, wenn diese mit verschiedenen Polen verbunden sind, daselbe Curvensystem entstehen, das den Niveaucurven bei der Stromverzweigung in einer unendlichen Platte mit zwei entgegengesetzten Einströmungsstellen im Endlichen entspricht.

Die Theorie gibt aber für diese beiden Fälle das Formelpaar:

$$(a) \quad K = \frac{1}{\varrho_1^{\frac{1}{3}}} - \frac{1}{\varrho_2^{\frac{1}{3}}}, \quad (a') \quad C = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}.$$

Sind die beiden Electroden mit dem einen, die Platte mit dem anderen Pol verbunden, so soll dieser Fall der Stromverzweigung bei zwei gleichen im Endlichen und einer entgegengesetzten im Unendlichen liegenden Zuleitungsstelle parallel sein.¹⁾ Das Formelpaar hierfür ist:

$$(b) \quad K = \frac{1}{\varrho_1^{\frac{1}{3}}} + \frac{1}{\varrho_2^{\frac{1}{3}}}, \quad (b') \quad C = \varrho_1 \varrho_2.$$

Beide Curvensysteme (a) beginnen zunächst den Electroden mit kleinen Kreisen und geben in der Mitte zwischen ihnen Gerade. Verfolgt man aber z. B. diejenige Curve der Gattung (a), welche im Abstand $\alpha/2$ von einer der Electroden ihre Verbindungsleitung schneidet, so findet man den zweiten Schnittpunkt mit der (verlängerten) Verbindungsleitung nur wenig weiter als $\alpha/2$ (genauer $0,506 \cdot \alpha$) von der betreffenden Electrode, während die Gattung (a') im gleichen Falle α selbst ergibt.²⁾

Desgleichen sind die Curven (b) zwar den Lemniscaten (b') ähnlich, aber diejenige Curve, welche die Grenze zwischen geschlossenen und getheilten bildet, schneidet bei der Gattung (b) die Verbindungsleitung ausserhalb 2α im Abstand von fast $\frac{4}{5}\alpha$, dagegen die entsprechende von (b') im Abstand $(\sqrt{2} - 1)\alpha$, nahe $\frac{4}{10}\alpha$. Die oberflächlichste Messung hätte daher (wenig-

1) Was dem Falle entspricht, dass die Platte hierbei endlich ist, erwähnt (begreiflicher Weise) Hr. G. nicht; dabei erweist sich nämlich ganz von selbst die Unmöglichkeit seiner Anschauung.

2) Es ist hiernach sehr wohl begreiflich, dass Hr. H. Meyer (vergl. seine Inaug. Dissert. „Ueber stationäre electrische Strömung“ Göttingen 1880 p. 18–21) aus vielleicht nicht sehr vollkommenen Versuchen den Schluss gezogen hat, die Guébhard'schen Curven seien mit den Nobili'schen vollständig identisch. Die Abweichung der Curven von Kreisen bleibt ja bis auf erhebliche Entfernungen von den Electroden fast unmerklich. Jedenfalls kommt Hr. Meyer mit seiner Erklärung und Charakterisirung der Erscheinung (trotz einiger Unklarheiten und Irrthümer, die der Vergleich mit dem Vorstehenden leicht ergeben wird) der Wahrheit um vieles näher als Hr. Guébhard, dessen Entrüstung über seinen Gegner demnach wenig gerechtfertigt erscheint. (Vergl. den Aufsatz im l'Électricien).

stens im letzten Falle, wie sogleich gezeigt werden wird) Hrn. Guéhard davon überzeugen müssen, dass seine Curven mit den Kirchhoff'schen — trotz mancher Aehnlichkeiten — keineswegs zusammenfallen.

Die vorstehenden Betrachtungen sind noch unvollständig, insofern ein wichtiger Umstand, der mitunter erhebliche Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung verursachen kann, bisher nicht berücksichtigt ist. Die Bildung der farbigen Curven ist stets von einer Polarisation der Oberfläche der Platte durch die ausgeschiedenen Substanzen begleitet, und darum ist die Annahme der Constanz des electricischen Potentiales längs der Platte, selbst im günstigsten Falle, dass sehr starke Ströme angewandt werden, nur angenähert erfüllt.

Eine strenge Theorie der Wirkung dieser Polarisation ist gegenwärtig wohl noch nicht möglich, schon weil ihre Gesetze nicht völlig erforscht sind, indess dürfte die folgende angenäherte vielleicht für eine Prüfung der vorstehenden Formeln und auch an sich nicht uninteressant sein.

Ich gehe von dem Resultat einiger Beobachtungen¹⁾ aus, dass von einer gewissen Stromdichte an die Polarisation nahezu constant ist, und nehme an, dass die Stromdichte auf dem bei weiten grössten Theil der Platte die erwähnte Stärke übersteigt. Dann wird sehr bald nach Schluss der Kette²⁾ der Werth des Potentiales auf den Theilen der Platte, wo die Stromdichte ($-k \cdot \partial V / \partial z$) negativ oder positiv ist, eine positive oder negative Grösse sein, die nur nächst den Grenzen dieses Bereiches sich stetig ändert und im übrigen constant gesetzt werden kann.³⁾ Ich werde statt dieser stetigen Änderung über die Grenzen, d. h. über die Linien verschwindender Stromdichte, hinweg eine sprunghweise einführen; die Resultate für Stellen, die in merklicher

1) Lenz, Pogg. Ann. **59**. p. 203. 1843. F. Neumann nach Wild, Zürcher Vierteljahrssch. **2**. p. 213. 1857.

2) Vergl. Edlund, Pogg. Ann. **85**. p. 269. 1857.

3) Hr. H. Weber behandelt (Crelle'sches Journ. **75**. p. 75 u. 95) das Riemann'sche Problem unter der Annahme einer der Stromdichte proportionalen Polarisation. Aus seinen Formeln erhält man die Lösung für die oben besprochenen allgemeineren Fälle einfach durch Superposition.

Entfernung von diesen Grenzen liegen, werden dadurch nicht geändert werden, — und nur solche kommen bei einer Prüfung der Formeln in Betracht, da in der Nähe der verschwindenden Stromdichte keine Farben entstehen.

Soweit die gemachte Annahme der Wirklichkeit entspricht, folgt hieraus, dass in allen Fällen, wo nur gleichartige Electroden benutzt werden (also die Platte selbst mit einem Pol der Batterie verbunden ist), die Polarisation auf die Art der Erscheinung ohne Einfluss ist, die vorstehenden Formeln und Betrachtungen also uneingeschränkt anzuwenden sind.¹⁾ Nur bei verschiedenen Electroden tritt ein merklicher Einfluss ein.

Das einfachste Problem dieser Art ist, dass beliebig viele verschiedene Electroden so angeordnet sind, dass die ganze unbegrenzte Platte dem Vorzeichen der Stromdichte und demgemäß der Polarisation nach in nur zwei Theile zerfällt, die durch eine Gerade geschieden sind. Ich wähle sie zur *Y*-Axe. Die vollständige Lösung *V* wird erhalten, wenn man zu dem oben (p. 265) ohne Rücksicht auf die Polarisation bestimmten Werthe *V* eine Function *V'* addirt, die in der Flüssigkeit eindeutig und stetig ist, der Hauptgleichung $\Delta V' = 0$ genügt, für $z = \delta \quad \partial V'/\partial z = 0$ ergibt und:

$$\begin{aligned} \text{für } z = 0, \quad x > 0, \quad V' &= c, \\ x < 0, \quad V' &= -c, \end{aligned}$$

wie man ohne Beschränkung statt beliebiger positiver und negativer Werthe einführen kann. Ist die Höhe δ der Flüssigkeit erheblich, sodass sie als unendlich angesehen werden kann, so ist die gesuchte Function:

$$V' = \frac{2c}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{z},$$

also $V' = -2c/\pi x$, und demnach die vollständige Gleichung der isochromatischen Curven:

1) Der Fall Riemann's ist der einfachste dieser Art, und dass seine Formeln, trotzdem sie die Polarisation nicht berücksichtigen, durch die Beobachtungen von Beetz bestätigt werden konnten, darf als eine Bestätigung der gemachten Annahme gelten, vergl. Pogg. Ann. 97. p. 22. 1862.

$$W = W - \frac{2c}{\pi x} = K.$$

Die Formel gilt, wie erwähnt, nur in einiger Entfernung von der Y -Axe. Man erkennt, dass das Correctionsglied W eine Verschiebung der Curven normal und symmetrisch zur Y -Axe ergibt, und zwar für die nahe um die Electroden liegenden, ohne ihre Gestalt erheblich zu ändern.

Noch gebe ich die Lösung des Problems für den ebenfalls der Beobachtung leicht zugänglichen Fall, dass die Electroden so gruppiert sind (z. B. vier mit abwechselndem Vorzeichen in den Ecken eines Rechteckes), dass die Stromdichte in den vier Quadranten der unendlichen Ebene abwechselnd positiv und negativ ist. Dann ist die letzte Bedingung für V :

$$\begin{array}{lll} z = 0 & x > 0, \quad y > 0, & V = c, \\ & x < 0, \quad y > 0, & V = -c, \\ & x < 0, \quad y < 0, & V = c, \\ & x > 0, \quad y < 0, & V = -c. \end{array}$$

Dieser Anforderung genügt:

$$V = \frac{2c}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \cdot \frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}};$$

es ist also:

$$V = V + \frac{2c}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \cdot \frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

und die Gleichung der isochromatischen Curven:

$$W = W - \frac{2c}{\pi xy} \sqrt{x^2 + y^2} = K.$$

Für den Fall, dass die Flüssigkeit nicht als nach oben hin unbegrenzt angesehen werden kann, ist eine Lösung in geschlossener Form wohl nicht möglich, indessen dürften die oben entwickelten Ausdrücke, wenn die electromotorische Kraft der Kette erheblich gegen die Polarisation ist und die Abstände der Electroden nicht gross gegen die Dicke der Flüssigkeitsschicht sind, als Correction noch brauchbar sein.

Königsberg i. Pr., Juli 1882.

VI. Bestimmungen der Diamagnetisirungszahl des metallischen Wismuths in absolutem Maasse; von A. v. Ettinghausen.

(Aus den Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiss. in Wien. Bd. 85. mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

(Hierzu Taf. II Fig. 6.)

Die von W. Weber¹⁾, sowie von Toepler²⁾ und mir ausgeführten Bestimmungen der oben genannten Grösse beruhten auf Vergleichungen des Wismuth-Diamagnetismus mit dem Magnetismus des Eisens; da jedoch die Magnetisirungszahl des letzteren nicht nur für verschiedene Eisenarten erheblich verschiedene Werthe zeigt, sondern selbst bei einem und demselben Eisenindividuum (für ein und dieselbe Scheidekraft) unter verschiedenen Verhältnissen sehr abweichend gefunden wird³⁾, schien es wünschenswerth, eine directe Ermittelung der Diamagnetisirungszahl des Wismuths zu versuchen.

Bei den oben erwähnten Vergleichungen wurden zwar Eisenstäbchen verwendet, welche sich bereits nahe an der Grenze der Magnetisirbarkeit befanden; indess stimmen auch die Angaben über das Maximum des magnetischen Moments, welches in der Masseneinheit Eisen inducirbar ist, mit einander nicht genügend überein⁴⁾, und überdies ist die Formel, nach der die Abweichung des Momentes der Eisenstäbe von dem Grenzwerthe bei den Versuchen berechnet wurde, nur eine hypothetische. Da diese ungünstigen Umstände, auf welche bereits Boltzmann in seiner Abhandlung „über die auf Diamagnete wirksamen Kräfte“⁵⁾ hingewiesen hat, beim Wismuth nicht vorhanden sind, so schien es möglich, die Diamagnetisirungszahl desselben, trotz ihrer Kleinheit,

1) W. Weber, *Electrodyn. Maassbest.*, insbes. über Diamagnetismus.

2) Toepler, *Pogg. Ann.* **160**. p. 1. 1877.

3) Wied. Ann. **8**. p. 554. 1879.

4) W. Weber, l. c. p. 573; v. Waltenhofen, *Pogg. Ann.* **137**. p. 518. 1869; Wied., *Galv.* 2. Aufl. **2**. (1) p. 405; Rowland, *Phil. Mag.* (4) **46**. p. 140. 1873; **48**. p. 321. 1874; Stefan, *Wien. Ber.* **69**. p. 165. 1874. Haubner, *Wien. Ber.* **82**. p. 771. 1880. Fromme, *Wied. Ann.* **13**. p. 695. 1881.

5) Boltzmann, *Wien. Ber.* **80**. p. 687. 1879.

aahl des
asse;
uitgetheilt
und mir
össe be-
etismus
agnetisi-
Eisen-
n selbst
dieselbe
eichend
e Ermit-
rsuchen.
en zwar
an der
en auch
oments,
mit ein-
Formel,
enstäbe
wurde,
stände,
g „über
en hat,
möglich,
einheit,
netismus.
nn. 137.
Mag. (4)
5. 1874.
nn. 13.

auf directem Wege mit grösserer Genauigkeit ermitteln zu können, als es durch Vergleichung mit Eisen bisher der Fall war. Zu diesem Zwecke hat Boltzmann auch für einige Fälle die Wirkung berechnet, welche auf diamagnetische Körper im nicht homogenen electromagnetischen Felde einer von einem galvanischen Strom durchflossenen Drahtspirale ausgeübt werden.

Ich habe zunächst mit geringen Abänderungen die Versuche wiederholt, welche von Toepler und mir vor mehreren Jahren ausgeführt worden sind und die Messung der durch die diamagnetische Polarität hervorgebrachten Inductions-wirkungen zum Zweck haben. Zur Bestimmung des absoluten diamagnetischen Moments wurden Vergleiche mit der inducirenden Wirkung eines dem Wismuth an Gestalt möglichst gleichkommenden Solenoides gemacht, welches von einem Strome bekannter Stärke durchflossen wird. Ein ähnliches Vergleichsverfahren hat, wie ich später ersah, schon H. Christie¹⁾ bei Versuchen mit dem Diamagnetometer eingeschlagen; die von ihm für Wismuth erhaltene Zahl stimmt mit der grössten der aus meinen Versuchen hervorgehenden sehr gut überein.

Eine zweite Methode besteht darin, dass man die Kraft misst, mit welcher ein diamagnetischer Körper, der nahe dem Ende einer von einem Strome durchflossenen Spirale conaxial mit dieser aufgehängt ist, aus der Spirale herausgestossen wird. Nach diesem Verfahren, bei welchem weit kleinere Mengen der untersuchten Substanz genügen, als beim ersten, habe ich für drei verschiedene Wismuthcylinder die Diamagnetisierungszahl ermittelt. Ein Cylinder (Nr. 1) war aus demselben Wismuth gegossen worden, welches vor fünf Jahren zu den oben erwähnten Versuchen gedient hatte und eisenfrei gefunden worden war; die beiden anderen Cylinder (Nr. 2 und Nr. 3) bestanden aus Wismuth, welches von zwei verschiedenen Fabriken in grösserer Quantität bezogen und mit möglichster Sorgfalt chemisch rein war dargestellt worden; namentlich wurde darauf geachtet, das Wismuth von jeder Spur einer magnetisirbaren Substanz frei zu erhalten.

1) H. Christie, Pogg. Ann. 103. p. 589. 1858.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XVII.

Man kann ferner zur Bestimmung der Diamagnetisirungszahl auch das Drehmoment messen, welches ein Cylinder im unhomogenen Magnetfelde erfährt, wenn derselbe um eine zu seiner Längsrichtung senkrechte Axe schwingt. Durch die Einwirkung der diamagnetischen Kräfte wird die Schwingungsdauer des Cylinders geändert und die Aenderung wird beobachtet. Dieses Verfahren hat Jacques eingeschlagen, um nach von Rowland berechneten Formeln für Wismuth und Kalkspath die Constanten zu bestimmen¹⁾; auch Schuhmeister²⁾ hat sich derselben Methode zur Ermittelung der Magnetisirungszahl für eine Eisenchloridlösung bedient. In dem zwischen den Polen eines Ruhmkorffschen Electromagneten erzeugten, unhomogenen Felde wurden die zu untersuchenden Körper in Schwingungen versetzt, wobei die Ausmessung des Feldes durch die Verschiebungen einer kleinen Inductionsrolle geschah. — Ich liess einen Wismuthcylinder im unhomogenen Felde nahe dem Ende einer Spirale schwingen und suchte die Aenderung der Schwingungsdauer zu bestimmen, wenn die Spirale von einem bekannten Strome durchflossen wurde. Die experimentelle

1) Amer. Journ. of Scien. and Arts, **18.** p. 360, 1879 (Beibl. **4.** p. 291). Die daselbst für Wismuth angegebenen Zahlen stimmen mit den von mir gefundenen durchaus nicht überein, überdies ist die Zahl für Kalkspath nahe dreimal so gross, als jene für Wismuth. Prof. Rowland in Baltimore, den ich brieflich auf diesen Umstand aufmerksam machte, teilte mir mit, dass in Hrn. Jacques' Berechnungen ein Irrthum unterlaufen sei, und stellte, da die Beobachtungsdata von Jacques nicht mehr vorliegen, eine Wiederholung der Messungen und Verbesserung der Resultate in Aussicht.

2) Wien. Ber. **83.** p. 45, 1881 Schuhmeister hat für schwach magnetische und diamagnetische Substanzen absolute Bestimmungen auch dadurch ausgeführt, dass er die Anziehung oder Abstossung derselben von den Polen eines geradlinigen, cylindrischen Electromagneten mass; die Ausmessung des Magnetfeldes geschah wie oben angegeben. Das Verhalten der Körper vor den Polen von Magneten ist wiederholt zu quantitativen Vergleichungen ihres Magnetismus und Diamagnetismus benutzt worden (s. Wied. Galv. **2.** (1) p. 684): absolute Bestimmungen erfordern die genaue Kenntniß der Beschaffenheit des Magnetfeldes, welcher Forderung bei einer Drahtspirale von bekannten Dimensionen jedenfalls in sehr vollkommener Weise genügt wird.

agnetisi-
ein Cy-
derselbe
chwingt.
wird die
Aende-
nes ein-
Formeln
mmen¹⁾;
zur Er-
idlösung
ankorff-
wurden
versetzt,
ebungen
s einen
n Ende
ng der
n einem
mentelle

4. p. 291).
n von mir
Kalkpath
in Balti-
e, theilte
terlaufen
nehr vor-
Resultate

gnetische
ch ausge-
olen eines
sung des
er vor den
gen ihres
lv. 2. (1)
s der Be-
ahrtspiral
Weise ge-

Bestimmung des Magnetfeldes entfällt hier, da die Gesetzmässigkeit, nach der sich das Feld verändert, bekannt ist.

Endlich kann die diamagnetische Fernwirkung ein Mittel zur Bestimmung der Diamagnetisirungszahl abgeben, und habe ich auch nach dieser vierten Methode einige Messungen ausgeführt.

Was die praktische Verwendbarkeit der verschiedenen Methoden betrifft, so ist die als „zweite“ bezeichnete den anderen weitaus überlegen. Sie erfordert keine grossen Mengen der zu untersuchenden Substanzen, und man erhält sehr sicher zu beobachtende Wirkungen. Die nach der ersten Methode ausgeführten Messungen haben zwar ebenfalls sehr gute Resultate geliefert, doch leidet diese Methode einigermassen durch die Complicirtheit des Apparates und bedarf bedeutender Vorsicht zur Vermeidung von Fehlerquellen. Es sind meist grössere Quantitäten der diamagnetischen Substanzen nöthig, da man die Wirkung durch Vergrösserung der Scheidekraft oder durch Vermehrung der Zahl der Inductionsstösse wegen der starken Oeffnungsfunkens und tertiärer Induction (bei gut leitenden Substanzen) nicht über eine gewisse Grenze steigern darf. Wenig sicher ist das dritte Verfahren, wenn man eine Spirale zur Herstellung des unhomogenen Magnetfeldes anwendet, da die Wirkung selbst bei starken Strömen nur klein und die Erwärmung der Spirale auf die Beobachtungsresultate von sehr störendem Einflusse ist.

Die vierte von mir angewendete Methode gibt ebenfalls nur sehr geringe Wirkungen, und sind die erhaltenen Zahlen überhaupt nur als angenähert richtig zu bezeichnen; nichtsdestoweniger stimmen die nach den beiden letzten Methoden angestellten Messungen in ihren Resultaten mit den nach den beiden ersten gefundenen recht befriedigend überein. Selbstverständlich gilt das über die Verwendbarkeit der verschiedenen Methoden zur Bestimmung der Diamagnetisirungszahlen Gesagte auch für die Magnetisirungszahlen schwach magnetischer Körper.

Bezüglich des absoluten Werthes der Zahl für Wismuth gab die zweite Methode für die drei untersuchten Proben

etwas verschiedene Werthe; die kleinste (für Nr. 3) erhaltene Zahl ist $k = 13,5 \cdot 10^{-6}$, die grösste (für Nr. 2) ist: $14,5 \cdot 10^{-6}$. Letztere ist noch merklich kleiner, als man sie bisher nach den Vergleichungen mit Eisenstäbchen annahm; aus W. Weber's Inductionsversuchen¹⁾ ergibt sich $16,4 \cdot 10^{-6}$, aus den von Toepler und mir angestellten Messungen²⁾ folgt $15,1 \cdot 10^{-6}$, während sich aus Christie's Beobachtungen³⁾ als Moment der Masseneinheit Wismuth: $1,488 \cdot 10^{-6}$, daher $k = 14,6 \cdot 10^{-6}$ herausstellt.⁴⁾

Ich werde nun die nach den vier Methoden ausgeführten Messungen und erhaltenen Resultate eingehender mittheilen.

Erste Methode. Der von Toepler angegebene Differentialinductor⁵⁾ wurde unverändert beibehalten, an dem rotirenden Stromunterbrecher jedoch insofern eine Änderung getroffen, als der Strom in den Hauptspiralen durch die Rotationsvorrichtung nicht abwechselnd in entgegengesetztem Sinne geschlossen, sondern nur einfach abwechselnd geschlossen und geöffnet wurde. Die in den gegen einander geschalteten Inductionsrollen erzeugten Ströme werden durch den auf der Rotationsaxe befestigten Commutator gleichgerichtet zum Galvanometer geleitet. Die Constanze der Rotationsgeschwindigkeit wird auf die l. c. p. 7 angegebene Weise controlirt.

Zur Messung der rasch folgenden Inductionsströme benutzte ich eine Spiegelbusssole nach Wiedemann, deren leichter (mit Kupferdämpfer umgebener) Ringmagnet durch genäherte Magnetstäbe stark astasirt ist, sodass er fast aperiodisch schwingt. Nachdem die Wirkungen der beiden Inductionsrollen möglichst genau gegen einander abgeglichen sind, beobachtet man die Veränderung der Ruhelage am Galvanometer infolge des Einschiebens eines cylindrischen Wismuthkörpers in eine der Inductionsrollen, während durch die

1) l. c. p. 523.

2) l. c. p. 25.

3) l. c. p. 609.

4) Die Zahl k ist, wie bei Boltzmann, positiv eingeführt; das diamagnetische Moment der Volumeneinheit bei der magnetisirenden Kraft 1 ist also mit $-k$ zu bezeichnen.

5) l. c. p. 2.

haltene
 $5 \cdot 10^{-6}$.
 bisher
 m; aus
 2 , aus
 ungen 3) folgt
 daher
 führten
 theilen.
 Diffe-
 m roti-
 ung ge-
 die Ro-
 setzem
 d ge-
 der ge-
 ch den
 richtet
 onsges-
 trolirt.
 ne be-
 wichter
 äherte
 odisch
 tions-
 d, be-
 vano-
 muth-
 h die
 as dia-
 kraft 1

Hauptröllen des Inductors eine Strom von der Intensität i (nach abs. Maasse) fliesst. Sodann wird der Strom in den Hauptröllen dauernd unterbrochen und ein Solenoid von genau bekannter Windungsfläche, welches einen Cylinder von sehr nahe gleichen Dimensionen, wie das Wismuth, bildet, an Stelle des letzteren in die Inductionsrolle gebracht. Fließt nun durch das Solenoid ein Strom von der absoluten Intensität i' , und wird derselbe genau ebenso oft geschlossen und unterbrochen, wie früher der Strom i in den Hauptröllen, werden endlich die dabei in der Inductionsrolle entstandenen Ströme wieder gleichgerichtet zum Galvanometer geleitet, so ist dadurch das diamagnetische Moment des Wismuthcylinders in absolutem Maasse bestimmt.

Sei v das Volumen des Wismuths, X die Scheidekraft in der Hauptrölle, k die Diamagnetisirungszahl, so ist die am Galvanometer durch die einander folgenden Inductionsströme hervorgerufene Ausweichung A dem Moment des Wismuths proportional; ferner ist $X = Ci$, wo C einen aus den Dimensionen der Hauptrölle oder durch Versuche zu bestimmenden Factor bedeutet. Um allzustarke Funken am Quecksilberunterbrecher zu verhüten, musste vor die Hauptröllen eine Nebenschliessung n aus zickzackförmig gespanntem Kupferdraht gelegt werden: ist w der Widerstand der beiden Hauptröllen zusammen, und wird $n/(n+w) = c$ gesetzt, so ist $i = R c \alpha / 2d$, unter R den Reductionsfactor der Tangentenbussole (mit Spiegelablesung und starkem Dämpfer), die den Strom i misst, auf electromagnetisches Maass verstanden: α ist die (reducirte) Ablenkung der Nadel der Bussole in Scalentheilen, d die ebenso gemessene Distanz der Scala vom Spiegel. Umschliessen ferner die Windungen des Solenoides zusammen die Fläche F , heisst A' die Ausweichung der Galvanometernadel infolge der Inductionsströme, welche von dem entstehenden und verschwindenden Solenoidstrom i' herrühren, und wird dieser an der Tangentenbussole, deren Reductionsfactor jetzt R' heissen möge, gemessen, so ist $i' = R' \alpha' / 2d$, wo α' die Ablenkung in Scalentheilen; es ist dann:

$$(1) \quad k = \frac{F}{Ccv} \frac{R'}{R} \frac{\alpha'}{\alpha} \frac{A}{A'}.$$

Hierbei wird vorausgesetzt, dass die Anzahl der Induktionsstöße, welche in der Zeiteinheit auf die Galvanometeradel zur Wirksamkeit gelangen, beim Wismuth und beim Solenoid genau die gleiche sei; dieser Anforderung entspricht aber der durch den Helmholtz'schen electromagnetischen Motor (unter Einschaltung eines Schwungrades) getriebene Rotationscommutator — wie die Beobachtungen zeigten — in vollkommen befriedigender Weise.

Der bei den Versuchen gebrauchte Cylinder war aus einer durch Zusammenschmelzen mehrerer grösserer Stücke von verschiedenem Wismuth erhaltenen Masse gegossen; er hat eine Länge von 17,5 cm, sein Volumen ist 95,460 ccm, daher der Durchmesser = 2,63 cm; seine Dichte $\sigma = 9,81$. Das zum Vergleich verwendete Solenoid besteht aus einer Lage dünnen, sehr gut umspinnenden Kupferdrahtes, der auf einem Glasrohr in 511 Windungen aufgewickelt ist; dasselbe hat eine Länge von 17,35 cm und einen Durchmesser von nahe 2,75 cm: die aus der Drahlänge berechnete Fläche ergab sich $F = 303,03 \text{ qcm}$. Der Widerstand des Nebenschliessungsdrähtes betrug $n = 12,90 \text{ S.-E.}$, jener der Hauptrollen samt Zuleitungsdrähten von den Verzweigungsstellen $w = 4,09 \text{ S.-E.}$, daher $c = 0,7593$.

Was den Factor C betrifft, so ergibt sich derselbe für Punkte, welche auf der Axe der Spirale nahe der Mitte derselben liegen, aus den Dimensionen der Rolle, Länge $l = 42 \text{ cm}$, innerer Halbmesser $\beta = 4,5 \text{ cm}$, äusserer Halbmesser $b = 8,51 \text{ cm}$, Gesammtzahl der Windungen $n = 1476$, nach der Formel:

$$C = \frac{2n\pi}{b - \beta} \log \frac{b + \sqrt{\frac{l^2}{4} + b^2}}{\beta + \sqrt{\frac{l^2}{4} + \beta^2}} = 421,2^1)$$

Da die Länge des Wismuths bedeutend ist, und an den von der Mitte der Spirale entfernteren Stellen der Axe eine kleinere Scheidekraft herrscht, als sie nach der Glei-

1) Innerer und äusserer Durchmesser sind Pogg. Ann. 160. p. 20. 1877. etwas fehlerhaft angegeben, nach jenen Daten wäre $C = 423,3$.

Induc-
tometer-
und beim
entspricht
etischen
triebene
gten —
var aus
Stücke
usen; er
60 ccm,
= 9,81.
s einer
der auf
asselbe
ser von
Fläche
Neben-
Haupt-
stellen
lbe für
dersel-
42 cm,
messer
, nach
an den
r Axe
r Glei-
• p. 20.
23,3.

chung $X = Ci$ mit dem angeführten Werthe von C erhalten wird, so schien es mir am besten, den Factor ebenfalls durch Versuche zu bestimmen, indem ich das in der Rolle befindliche Solenoid mit einem Meyerstein'schen Galvanometer verband, das einen Magnet von grossem Trägheitsmoment besitzt. Durch die Hauptrolle wurde ein Strom von bekannter Stärke geleitet, und man beobachtete den Inductionsstrom, der im Solenoide bei Umkehrung der Stromrichtung der Hauptrolle inducirt wurde. So ergab sich:

$$C = 410,9.$$

Endlich ist noch das Verhältniss der Reductionsfactoren R'/R zu bestimmen; die Tangentenbussole besitzt einen in ein kreisförmiges Brett eingelassenen dicken Drahtkreis von etwa 40 cm Durchmesser; neben demselben ist eine Lage von 36 Windungen aufgewickelt. Der kreisrunde Magnetspiegel (2 cm Durchmesser) befindet sich in der Axe des Drahtringes in einer Entfernung, welche dem halben Radius des Ringes gleichkommt. Ein zweiter Drahtkreis ist in grösserer Entfernung von der Nadel angebracht, während in der Nähe derselben eine Multiplikatorrolle von 120 Windungen fest aufgestellt ist: durch jeden der Kreise und Multiplikatoren können die Ströme geleitet werden. Die Verhältnisse zwischen den Reductionsfactoren lassen sich dabei mit grosser Genauigkeit ermitteln, und wurden wiederholt Vergleichungen ausgeführt; es ist dadurch auf bequeme Art möglich, Ströme von sehr verschiedener Intensität mit demselben Instrument zu messen. Da der Reductionsfactor auf electromagnetisches Strommaass für den einen dicken Drahtring genau bekannt ist, so sind auch alle anderen mit der Bussole gemachten Strommessungen leicht auf absolutes Maass reducirebar. Für den vorliegenden Fall genügt die Kenntniß des Verhältnisses der Reductionsfactoren; es war $R/R' = 2426,4$.

Ich habe anfänglich die Beobachtungen auf andere Art auszuführen versucht. Als Stromunterbrecher nahm ich eine electromagnetisch angeregte Stimmgabel, an deren einer Zinke ein Drahtbügel befestigt war, der beim Schwingen der Gabel in Quecksilbernäpfchen tauchte und dadurch die

Schliessung und Oeffnung des Hauptstromes besorgte. Eine zweite, mit der ersten gleichgestimmte Gabel schloss und öffnete in ähnlicher Weise die Leitung der Inductionsrollen. Diese zweite Gabel, deren Zinken magnetisirt sind, wird durch denselben galvanischen Strom in Bewegung erhalten den die erste Gabel selbstthätig unterbricht; es stellt sich dann zwischen den Bewegungen der Gabeln eine constante Phasendifferenz ein, welche sich durch vorsichtige Verstimmung einer Gabel auf etwa ein Viertel einer Ganzschwingung bringen lässt.¹⁾ Stellt man die Näpfchen derart, dass die Bügel nahe in der Ruhelage der Zinken ins Quecksilber tauchen, so gelangen (je nach der Stromesrichtung in den Electromagneten der zweiten Gabel) entweder nur die Schliessungs- oder nur die Oeffnungsströme zum Galvanometer. Da die Anzahl der Inductionsstösse in der Zeiteinheit hierbei ziemlich gross ist — die Stimmgabeln machten 32 Schwingungen in der Secunde (Ut_{-1}) —, so konnten schon mit kleineren Wismuthmassen und geringen Scheidekräften bedeutende Ablenkungen der Galvanometernadel erwartet werden. In der That waren unter Anwendung eines Bunsenelementes bereits sehr merkliche Inductionswirkungen beim Einlegen eines kurzen Wismuthstückes in eine der Inductionsrollen zu beobachten; indess ergaben sich aus der Vergleichung mit dem Solenoid bei verschiedenen Versuchen sehr abweichende und auffallend grosse Werthe für k .

Ebensowenig führte ein anderes Verfahren zum Ziele, bei dem ich beide Gabeln, sowohl die der Hauptstromleitung, als auch jene der Inductionsleitung unabhängig voneinander betrieb, aber den beiden Gabeln eine solche Verstimmung gegeneinander gab, dass die mittelst Spaltschirmen, welche an einer Gabel angebracht waren, beobachtete stroboskopische Bewegung der anderen etwa 10 bis 15 Secunden dauerte. Man erhält dann, wie leicht ersichtlich, entsprechend der Periode der stroboskopischen Bewegung Schwingungen der (stark gedämpften) Galvanometernadel mit constanten Umkehrpunkten, da während einer stroboskopischen Schwingung einmal nur

1) Pogg. Ann. 159. p. 60. 1876.

die Oeffnungs-, dann nur die Schliessungsströme aufs Galvanometer übertragen werden. Es war wegen der stets vorhandenen kleinen Abweichung von der vollständigen Compensation der beiden Inductionsrollen natürlich auch ein Schwingungsbogen der Galvanometernadel zu beobachten, wenn kein Wismuth eingelegt war; dieser Bogen wurde durch Einschieben des Wismuths verändert. Die für k erhaltenen Werthe variirten wieder bei Anwendung verschieden starker Primärströme und waren weit grösser, als sich nach den älteren Beobachtungen erwarten liess. Die Inductionsströme, welche das Solenoid lieferte, ergaben dagegen vollkommene Proportionalität mit der Intensität der durch das Solenoid geleiteten Ströme.

Es kann also die Ursache der Abweichungen nur im Wismuth selbst gesucht werden, und in der That sind es die in der Wismuthmasse entstehenden Ströme, welche in der umgebenden Spirale abwechselnd gerichtete tertiäre Ströme (Inductionsströme zweiter Ordnung) hervorrufen, die in der kurzen Zeit der Schliessung der Inductionsleitung noch nicht vollkommen abgelaufen sind. Bei den rasch aufeinander folgenden Schliessungen und Unterbrechungen des Stromes in den Hauptspiralen, wie es bei Anwendung der Stimmgabeln der Fall ist, können die tertiären Ströme in der Inductionsleitung, obwohl sie galvanometrisch gleichwerthig sind, eine Wirkung auf die Nadel haben, da ein Theil dieser Ströme wegen Unterbrechung der Leitung nicht zur Ausgleichung gelangt. Bei den mit dem rotirenden Commutator¹⁾ angestellten Versuchen hat sich ein derartiger Einfluss nicht bemerkbar gemacht; es wurden dort auch stets so kleine Rotationsgeschwindigkeiten angewendet, dass eine Speiche der Galvanometerleitung etwa $1/4$ Secunde nach jedem Inductionsstoss noch im Quecksilber ihres Troges blieb: das Vorhandensein der tertiären Ströme zeigte sich aber bei den Versuchen mit der Probespirale und dem massiven Kupfercylinder²⁾ an dem Zittern der Galvanometernadel.³⁾

1) Toepler, Pogg. Ann. 160. p. 3. 1877.

2) l. c. p. 13 und 14.

3) Faraday, Exp. Res. 23. Pogg. Ann. 82. p. 75. 1851. Auf der Wirkung

Eine einfache Ueberlegung zeigt, dass sowohl beim Entstehen als beim Verschwinden des Hauptstromes die tertiären Ströme, wenn sie nicht vollständig zur Ausgleichung gelangen, in demselben Sinne wirken, wie der entstehende, resp. verschwindende Diamagnetismus, und somit erklärt sich, warum die Versuche mit den Stimmgabeln die Zahl k stets zu gross ergaben.

Ich musste daher zur Anwendung des rotirenden Quecksilberunterbrechers zurückkehren und überdies durch Versuche die Grenze feststellen, bis zu welcher die Geschwindigkeit der Rotation gesteigert werden darf, ohne dass dadurch zu Fehlern Veranlassung gegeben wird. Am zweckmässigsten schien dazu die Anwendung einer Probespirale zu sein — wie sie auch bei den früheren Versuchen gebraucht wurde —, welche in die eine der Inductionsrollen eingelegt und abwechselnd geöffnet oder geschlossen wird. Die Probespirale bestand aus dickem Kupferdraht und hatte gegen 1200 Windungen von etwa 3 cm mittlerem Durchmesser. Zunächst wurde mit derselben die Galvanometerwirkung der bei Öffnung des Primärstromes entstehenden tertiären Ströme beobachtet, wenn die Inductionsleitung nach Unterbrechung des Primärstromes nur eine gewisse kurze Zeit hindurch geschlossen blieb. Die Schliessung und Unterbrechung des Primärstromes erfolgt in bekannter Weise dadurch, dass die Speichen eines rotirenden, dreizackigen Sternes durch das

der Induction zweiter Ordnung beruhen auch die interessanten Anwendungen, welche D. E. Hughes und Chandler Roberts von der von ersterem erfundenen „Inductionsweise“ gemacht haben. Phil. Mag. (5) **8.** p. 50, 57 u. 551. 1879 (Beibl. **3.** p. 647. **4.** p. 138 u. 481). Ersetzt man nämlich das Galvanometer in der Leitung der Inductionsrollen durch ein Telephon, so vernimmt man in demselben keinen Laut bei durch ein Mikrophon verursachten Schwankungen der Intensität des Hauptstromes, wenn die Wirkungen der Inductionsrollen gegeneinander vollkommen abgeglichen sind. Nähert man aber der einen Rolle einen leitenden Körper, in dem Inductionsströme entstehen können, so erregt dieser tertiäre Ströme in den Inductionsrollen entsprechend seiner Masse und seinem Leitungsvermögen, und es werden daher jetzt die Schwankungen des Hauptstromes vernehmbar. (O. J. Lodge, Phil. Mag. (5) **10.** p. 123. 1880. Beibl. **4.** p. 293.)

ein Ent-
tertiären
gelangen,
esp. ver-
a, warum
zu gross
n Queck-
urch Ver-
eschwin-
dadurch
ässigsten
n — wie
urde —,
und ab-
espirale
00 Win-
Zunächst
bei Oeff-
ne beob-
ung des
urch ge-
ung des
dass die
urch das

Anwen-
der von
Mag. (5)
setzt man
durch ein
Hauptstromes,
kommen
den Kör-
ter tertiäre
1 seinem
ungen des
• p. 123.

Quecksilber eines untergestellten Troges hindurchgehen; die Leitung von den Inductionsrollen zum Galvanometer wird durch einen zweiten ähnlichen Stern vermittelt. Es wird nun dieser zweite Stern an der Rotationsaxe so gestellt, dass eine Speiche desselben sich im Quecksilber befindet, wenn die entsprechende Speiche der Primärleitung ihr Quecksilber verlässt, und zugleich wird an einem auf der Axe befestigten Gradbogen der Winkelweg abgelesen, den die Sternspeiche der Inductionsleitung im Quecksilber zurücklegt, nachdem die Primärleitung unterbrochen worden ist. Hieraus und aus der bekannten Rotationsgeschwindigkeit der Axe findet sich die Zeit, durch welche die Inductionsleitung nach Unterbrechung des Hauptstromes noch geschlossen bleibt. Die Axe rotierte dabei stets langsam, sodass sie nur etwa zwei Umdrehungen in der Secunde machte. An einem Meyerstein'schen Galvanometer wurden nun die Scalensablenkungen s bestimmt, welche eintraten, wenn die Probespirale geschlossen wurde, wobei die Zeitdauer ϑ der Schliessung der Inductionsleitung verschieden lang gewählt wurde. Es war für:

$$\begin{array}{llll} \vartheta: & 0,010, & 0,030, & 0,050, \\ s: & 357, & 98, & 38, \end{array} \quad 0,12 \text{ Sec.} \quad 1.$$

Nach etwas mehr als 0,1 Secunde sind also die durch die Probespirale erzeugten, tertiären Ströme so gut wie vollständig abgelaufen; der Primärstrom war dabei von drei Bunsenelementen geliefert, vor den Hauptrollen befand sich die Nebenschliessung n .

In ähnlicher Weise konnte die Dauer der tertiären Ströme dadurch gefunden werden, dass man die Contactspeiche der Inductionsleitung erst nach Unterbrechung des Primärstromes in das Quecksilber ihres Troges eintreten liess; unter ϑ' ist die Zeit angegeben, welche nach der Oeffnung des Hauptstromes bis zur Schliessung der Inductionsleitung verfliest, unter s' die entsprechenden Scalensablenkungen: letztere waren jetzt entgegengesetzt jenen im früheren Falle (bei gleicher Richtung des Hauptstromes), da nun die Wirkung des zweiten Theiles des tertiären Stromes überwog.

ϑ' : 0,0096, 0,024, 0,036 Sec.

s' : 395, 49, 10.

Für die bei Schliessung des Hauptstromes entstandenen tertiären Ströme ergaben die Beobachtungen folgende Werthe von ϑ und s :

ϑ : 0,033, 0,060, 0,078, 0,11 Sec.

s : 41, 11, 6, 0.

Wurde dagegen die Inductionsleitung um eine Zeit ϑ' später als der Primärstrom geschlossen, so war für:

ϑ' : 0,040, 0,053, 0,069, 0,098 Sec.

s' : 22, 10, 5, $\frac{1}{2}$.

Aus diesen vorläufigen Versuchen ergibt sich, dass bei den angewandten Stromstärken die tertiären, durch die Probespirale in der sie umgebenden Inductionsrolle erregten Ströme sowohl bei Schliessung als auch bei der Oeffnung des Primärstromes in der Zeit von $\frac{1}{10}$ Secunde nahe vollständig abgelaufen sind. Wurde an Stelle der Probespirale ein massiver Kupferyylinder (Länge 16 cm, Durchmesser 2 cm) genommen, so war die Wirkung nur etwa $\frac{1}{10}$ von jener; da nun die im Wismuth entstehenden Ströme jedenfalls noch weit schwächer wirken (vielleicht aber etwas länger dauern), so wird man bei den diamagnetischen Inductionsversuchen den Stromunterbrecher noch mit einer Geschwindigkeit rotiren lassen dürfen, bei der acht bis neun Inductionsstösse in der Secunde aufs Galvanometer gelangen. Die Wirkung eines massiven Wismuthcylinders darf nicht durch weitere Vermehrung der Zahl der Inductionsstösse gesteigert werden, auch die Stärke des Primärstromes darf wegen der trotz Nebenschliessung auftretenden Unterbrechungsfunktion eine gewisse Grenze nicht überschreiten; es musste daher eine grosse Wismuthmenge angewendet werden, um mit Sicherheit messbare Ausweichungen am Galvanometer zu erhalten.

Ich erlaube mir, hier noch einer Versuchsreihe mit der Probespirale Erwähnung zu thun, bei der die tertiären Ströme für verschiedene Intensitäten des primären Stromes beobachtet wurden; der Stromunterbrecher rotirte dabei stets mit gleicher Geschwindigkeit (etwa sieben Stösse pro Secunde). Es wirkten sowohl die Oeffnungen als die Schliessungen des primären Stromes inducirend, und durch den Galvanometer-

commutator gelangten die tertiären Strompaare insofern in gleicher Weise zum Galvanometer, dass in jedem Paare die Aufeinanderfolge der beiden tertiären Ströme die gleiche war. Die Sternspeichen des Commutators verliessen jedoch natürlich das Quecksilber, bevor noch die tertiären Ströme vollständig abgelaufen waren. Als die Stärke des Primärstromes im Verhältniss 100:193:280:360 zunahm, wuchsen die durch die tertiären Ströme entstandenen Galvanometerablenkungen im Verhältniss 100:195:258:329; das Zurückbleiben der Wirkungen deutet auf den ungleichen zeitlichen Verlauf hin, den die tertiären Ströme bei verschiedener Intensität des Primärstromes haben.

Ausserdem habe ich noch geprüft, ob innerhalb der bei den Versuchen zur Anwendung gelangenden Rotationsgeschwindigkeiten des Stromunterbrechers Proportionalität zwischen dieser Geschwindigkeit und der Galvanometerwirkung stattfinde. Jeder Versuch wurde sechs- bis siebenmal wiederholt, indem der Wismuthcylinder abwechselnd in seine Inductionsrolle gelegt und wieder herausgezogen wurde, wobei man jedesmal den Galvanometerstand notirte; in derselben Weise wird der Versuch sodann bei entgegengesetzter Richtung des Hauptstromes ausgeführt. So erhielt man die in der folgenden Tabelle mitgetheilten Resultate. A ist die Ausweichung der Galvanometernadel, hervorgerufen durch das Wismuth; z die Anzahl der Inductionsstösse in der Secunde, die bei jedem Versuch mehrmals bestimmt wurde; α bedeutet die Ablenkung an der Tangentenbussole (R) für den Primärstrom (i), die vor und nach jedem Versuch abgelesen wird, während die Quecksilbertröge des Unterbrechers dauernd überbrückt sind; unter A_1 sind endlich die auf gleiche Stromstärke ($\alpha = 280,0$) reducirten Ausweichungen verstanden. Der Primärstrom rührte von zwölf Bunsen'schen Elementen her.

Nr.	A	z	α	A_1	Verhältniss der A_1	Verhältniss der z
1	18,34	2,562	280,0	18,34	82,3	32,1
2	30,8	4,602	271,8	31,7	55,8	57,6
3	39,5	5,824	268,2	41,2	72,5	72,9
4	53,6	7,986	264,2	56,8	100,0	100,0

Zur weiteren Controle, dass die beobachteten Wirkungen von tertären Strömen unbeeinflusst sind, wurde jedesmal auch der massive Kupferstab in die Inductionsrolle eingelegt; es waren dabei ausser den Zuckungen stets nur kleine Ausweichungen der Galvanometernadel, und zwar entgegengesetzt jenen beim Wismuth zu bemerken, welche wohl einem geringen Eisengehalt des Kupfers zuzuschreiben sein dürften.

Die Vergleichungen mit dem Solenoid sind so ausgeführt worden, dass vor und nach den Versuchen mit dem Wismuth das Solenoid in die Inductionsrolle genau an die Stelle des Wismuths gebracht, der Strom i' durch Ueberbrückung am Unterbrecher geschlossen und seine Stärke an der Tangentenbussole (R') gemessen wurde. Sodann wird nach weggenommener Ueberbrückung die Wirkung des Solenoids mehrmals beobachtet, indem die Ablenkungen der Galvanometernadel sowohl bei entgegengesetzten Richtungen des Stromes i' , als auch mit Anwendung eines vor dem Galvanometer befindlichen Commutators gemessen wurden; während eines solchen Vergleiches rotierte der Stromunterbrecher fortwährend, ohne angehalten zu werden; seine Geschwindigkeit wurde wiederholt auf die bekannte Weise bestimmt.

In der folgenden Tabelle sind einige der erhaltenen Resultate zusammengestellt; A , α , A' , α' und k haben die Bedeutung wie in der Formel (1). Es ist $k = 41,39 \cdot 10^{-6} A\alpha'/A'\alpha$. Unter z ist noch die Zahl der Inductionsstösse pro Secunde angegeben.

Nr.	A	α	A'	α'	z	k
1	23,5	212,8	127,4	377,5		
2 ¹⁾	64,8	214,0	457,8	482,9	6,55	39
3	45,4	246,1	217,8	380,9		53
4	53,05	284,5	216,5	379,2	7,22	69

Bei einer anderen Reihe von Messungen war zur Bestimmung der Stromstärken i' der weniger empfindliche Multiplikator der Tangentenbussole angewendet; es war nun $R/R' = 306,99$, daher ist $k = 331,4 \times 10^{-6} A\alpha'/A'\alpha$.

1) Galvanometer sehr stark astasirt.

Nr.	A	α	A'	α'	z	k
6	23,5	212,8	170,5	64,4	6,55	$13,82 \cdot 10^{-6}$
7	23,16	214,6	200,0	75,6		52
8 ¹⁾	57,0	213,0	405,8	61,1	5,80	35

Mittel aus beiden Reihen: $k = 18,57 \times 10^{-6}$.

Zweite Methode. Zur Messung der Wirkung einer cylindrischen, von einem Strome durchflossenen Spirale auf einen conaxialen diamagnetischen Cylinder verwendete ich eine grosse Rolle aus sehr gut isolirtem, 0,25 cm dickem Kupferdraht, dieselbe hat eine Länge von $l = 49,7$ cm und besteht im ganzen aus 2303 Windungen in 13 Lagen. Der Radius der innersten Lage ist 3,29 cm, jener der äussersten 6,23 cm; man kann den Strom durch jede beliebige Zahl von Lagen hindurchsenden. Die Wismuthcylinder W waren mit Coconfäden c an dem einen Arme des rechtwinklig gebogenen Glasstäbchens G aufgehängen, welches mit seinem anderen Arme auf einen leichten Holzbalken H aufgekittet ist (Fig. 6); das ganze System hängt an einem dünnen, ca. 30 cm langen Neusilberdraht d , und ein Gegengewicht p aus Messing ist so angebracht, dass Balken und Wismuthcylinder in horizontalen Ebenen schwingen.

Wenn die Spirale aus einer einzigen Lage von Windungen vom Radius b besteht und N die Anzahl der Windungen auf die Längeneinheit bedeutet, so wird ein Wismuthcylinder, dessen Radius ϱ ist und der sich in solcher Lage conaxial zur Spirale befindet, dass das aus der Spirale herausragende Stück n desselben dem in der Spirale befindlichen m gleich ist, mit einer Kraft ξ aus der Spirale ausgestossen, welche gegeben ist durch:

$$\xi = \frac{8\pi^3 k N^2 i^2 \varrho^2 m}{V b^2 + m^2} \left[1 + \frac{3\varrho^2 b^2}{8(b^2 + m^2)^2} - \frac{b^2 (l^2 + m^2)}{2(l^2 - m^2)^2} - \frac{b^2 l \sqrt{b^2 + m^2}}{(l^2 - m^2)^2} \right]^2,$$

k ist wieder die Diamagnetisirungszahl des Wismuths, i die Stromstärke in der Spirale nach electromagnetischem Maasse. Es wird dabei noch vorausgesetzt, dass das Wis-

1) Galvanometer sehr stark astasirt.

2) Boltzmann, l. c. p. 703, Formel (18), (19) und (20).

muthstäbchen so dünn und die Spirale so lang sei, dass in der Klammer Glieder von der Ordnung $\varrho^4 b^2/(b^2+m^2)^3$, ferner von der Ordnung b^4/l^4 und $\varrho^2 b^4/l^2(b^2+m^2)^2$ bereits vernachlässigt werden können.

Um die Wirkung für den Fall zu erhalten, dass die Spirale aus ν Lagen von Windungen besteht, wobei der Radius der innersten Lage = β , jener der äussersten = b sei, habe ich die Kraft nach der Formel:

$$\bar{\xi} = \frac{\nu^2}{\beta - b} \int_{\beta}^b \xi \, db$$

gerechnet; man erhält dadurch:

$$\begin{aligned} \bar{\xi} = & \frac{8\pi^3 k N^2 \nu^2 i^2 \varrho^2 m}{b - \beta} \left[\log \frac{b + \sqrt{b^2 + m^2}}{\beta + \sqrt{\beta^2 + m^2}} + \frac{\varrho^2}{8m^2} \left(\frac{b^3}{\sqrt{b^2 + m^2}^3} - \frac{\beta^3}{\sqrt{\beta^2 + m^2}^3} \right) \right. \\ & \left. - \frac{l^2 + m^2}{4(l^2 + m^2)^2} \left(b\sqrt{b^2 + m^2} - \beta\sqrt{\beta^2 + m^2} - m^2 \log \frac{b + \sqrt{b^2 + m^2}}{\beta + \sqrt{\beta^2 + m^2}} \right) - \frac{l(b^3 - \beta^3)}{3(l^2 - m^2)^3} \right], \end{aligned}$$

oder kürzer: $\bar{\xi} = \gamma k i^2 [\varepsilon + \zeta - \eta - \vartheta]$,

wo γ , ε , ζ , η und ϑ leicht ersichtliche Bedeutungen haben.¹⁾

Das Drehmoment, welches die Spirale auf den Balken übt, ist $\bar{\xi}s$, wenn s die Länge des Hebelarmes bedeutet, an dem die Kraft $\bar{\xi}$ angreift. Dasselbe bewirkt eine Ablenkung des Balkens aus seiner Lage um einen Winkel φ , und es gilt $\bar{\xi}s = D\varphi$, wo D das von der Torsion des Aufhängedrahtes herrührende Moment ausdrückt: letzteres ist durch Schwin-

1) Es hat übrigens Boltzmann später untersucht, inwieweit eine genaue Formel für die aus vielen Lagen bestehende Spirale sich von der obigen, bei der Rechnung verwendeten unterscheidet (Wien. Ber. 83. p. 576. 1881), und gefunden, dass unter den gemachten Voraussetzungen nur der als drittes Glied in der Klammer stehende Ausdruck (η) etwas anders ausfällt. Der Unterschied der beiden Werthe ist sehr nahe $(b - \beta)(l^2 + m^2)b^2/(3(l^2 - m^2)^2\sqrt{b^2 + m^2})$, wobei $b_1 = \frac{1}{2}(b + \beta)$, und zwar ist der Absolutwerth des Ausdrucks in der genäherten Formel um diesen Unterschied zu gross. Die numerische Berechnung eines Falles zeigte, dass der Werth von k unter Anwendung der genauen Formel sich um etwa $1/5\%$ kleiner ergibt, als er nach der obigen Näherungsformel sich herausstellt; da die Grenzen der Beobachtungsfehler jedoch erheblich grösser sind, so habe ich die bereits nach der genäherten Formel gerechneten Werthe für k beibehalten.

dass in T^3 , ferner vernach-

gungsdauer T und Trägheitsmoment K gegeben, $D = \pi^2 K / T^2$, daher:

$$\bar{\xi} s = \frac{\pi^2 K}{T^2} \varphi.$$

Die Bestimmung von φ geschah mit Hülfe eines nahe der Drehaxe am Balken befestigten Spiegels; heisst δ die Distanz der Scala vom Spiegel und A die auf den Bogen reducirete Anzahl der Scalentheile, um welche die Ruhelage des Balkens verschoben wird, so hat man $\varphi = A/2\delta$. Die Messung der Stromstärke i wird an der entfernt von der Rolle aufgestellten Spiegeltangentenbussole (Reductionsfactor auf absolutes magnetisches Maass = R) vorgenommen; ist die auf die Tangente des Winkels reducirete Scalenablenkung α und d wie früher die Scalenablenkung, also $i = R\alpha/2d$, so ergibt sich:

$$\frac{R^2 \alpha^2}{4d^2} \gamma h s (\epsilon + \zeta - \eta - \vartheta) = \frac{\pi^2 K}{T^2} \cdot \frac{A}{2\delta},$$

und daraus mit Rücksicht auf die Bedeutung von γ :

$$(2) \quad k = \frac{K(b-\beta)}{4\pi N^2 \nu^2 \varrho^2 m s R^2 (\epsilon + \zeta - \eta - \vartheta)} \cdot \frac{d^2}{\delta} \cdot \frac{A}{\alpha^2 T^2} = f \frac{A}{\alpha^2 T^2},$$

wo f ein durch die Dimensionen des Wismuths, der Spirale und des Aufhängesystems bestimmter Factor ist. Die Formel (2) gilt für den Fall, dass die Mitte des Wismuthcylinders in der abgelenkten Lage des Balkens mit dem Ende der Spirale zusammenfalle. Um dies bei den Versuchen mit Sicherheit zu erreichen, war (einigermassen ähnlich wie bei G. Wiedemann's Versuchen¹⁾), der Torsionskopf der Aufhängevorrichtung durch eine Mikrometerschraube mit Trommeltheilung drehbar und dadurch leicht zu erzielen, dass bei abgelenktem Balken nahe derselbe Theilstrich der Scala gespiegelt wurde, welcher am Fernrohr erschien, wenn die Wismuthmitte gerade mit dem Spiralende zusammenfiel; zur Erkennung dieser Lage des Cylinders diente eine kleine, auf Papier gezeichnete Scala, die nahe dem Wismuthstabe am Spiralenende passend befestigt war. Die Aufhängevorrichtung ist in ein horizontales Brett eingelassen, welches von zwei

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 126. p. 1. 1865.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XVII.

starken Säulen getragen wird; die Säulen selbst sind an die Tischplatte festgeschraubt.

Weil bei der Bestimmung des Trägheitsmomentes nach der Gauss'schen Methode die Schwingungsdauer des Balkens mit angehängten Gewichten sehr gross ausfiel, war unterhalb des Balkens an einem in seiner verlängerten Drehaxe befindlichen Stift noch ein Messingschiffchen zur Aufnahme eines cylindrischen Magneten angebracht. Bei der Bestimmung des Trägheitsmomentes wird der Magnet in das Schiffchen eingelegt, und sein aus den Dimensionen berechnetes Trägheitsmoment wird dann von dem Gesamtmoment in Abzug gebracht.

Um die infolge der Erwärmung der Rolle entstehenden Luftströmungen unschädlich zu machen, war folgende Einrichtung getroffen. In das Innere des Messingrohrs, auf welches die Rolle gewickelt ist, ist eine kurze, doppelwandige, an einem Ende verschlossene Pappröhre eingeschoben; ein Pappkasten mit entsprechenden Glaswänden, um die Bewegung des Balkens zu beobachten, umgibt ferner den Balken seiner ganzen Länge nach und schliesst an die Pappröhre an; oben hat der Kasten eine kleine Oeffnung, um den Aufhängedraht hindurchzulassen. Endlich steht die Rolle samt der Aufhängevorrichtung noch unter einem grossen Kasten mit Glaswänden, von denen die dem Beobachtungsfernrohr zugewendete aus Spiegelglas besteht. Die Verschiebungen, welche der Balken beim Hindurchleiten eines Stromes durch die Rolle zeigte, erfolgten nun auch mit grosser Regelmässigkeit, während sich ohne die erwähnten Vorsichtsmassregeln der störende Einfluss der Erwärmung der Rolle sehr bemerkbar machte.

Bei jedem Versuch wird durch eine vorläufige Bestimmung ungefähr die Grösse der Verschiebung der Ruhelage des Balkens ermittelt und dann mit der Schraube am Torsionskopfe der Aufhängung dem Balken eine solche Stellung gegeben, dass die Wismuthmitte in der abgelenkten Lage des Balkens ziemlich genau in die Endfläche der Spirale fällt. Sodann wird eine Bestimmung der Schwingungsdauer des Balkens ausgeführt; diese geschieht durch electrische

Registrierung der Durchgänge durch die Ruhelage, während auf dem Papierstreifen des Registrirapparates zugleich die Secundenmarken einer astronomischen Uhr verzeichnet werden. Nachdem die Stärke des die Rolle durchfliessenden Stromes i gemessen ist, bestimmt man aus mehreren Umkehrpunkten die Ruhelagen des Balkens abwechselnd bei offenem und geschlossenem Stromkreise; auch werden zuweilen Versuche bei entgegengesetzter Stromrichtung gemacht; schliesslich wird die Stromstärke nochmals gemessen.

Ich gebe zunächst ein vollständiges Protocoll einer solchen Versuchsreihe:

Wismuth Nr. 1; Länge $\lambda = 2m = 9,5$ cm., Durchmesser $2\rho = 0,965$ cm., Dichte $\sigma = 9,813$, die Mitte des Cylinders befindet sich in der Endfläche der Spirale, wenn die Zahl 550 der Scala am Fadenkreuze des Fernrohrs erscheint. Der Strom wird von acht Bunsenelementen geliefert und durchfliest sämmtliche Drahtlagen der Rolle. Schwingungsdauer $T = 55,79$ Sec.; Ausweichung der Nadel der Tangentenbussole: 156,4 Scalenstriche. Die Ruhelagen des Balkens, bei offenem (o) und geschlossenem (g) Strome sind bei den Zahlen:

o :	443,4	444,8	446,2	447,3	448,8
g :	550,0	551,6	553,0	554,5	

Die Ruhelage bei offenem Strom verschiebt sich allmäthlich (wohl infolge elastischer Nachwirkung), aber ziemlich regelmässig; nimmt man daher das Mittel je zweier auf einander folgenden Ruhelagen bei offenem Strom und verbindet es mit dem dazwischenliegenden Werthe derselben bei geschlossenem Strom, so erhält man die Verschiebungen:

105,9, 106,1, 106,3, 106,5.

Die nochmalige Strommessung gibt 156,9 Scalenth. Ausweichung. Nun war die Scalenstanz an der Tangentenbussole $d = 1932$, jene beim Wismuth $\delta = 3411$ Scalentheile, die Mittelwerthe von α und A reduciren sich daher mit Rücksicht auf jene Distanzen auf $A = 106,09$, $\alpha = 156,4$ und es ist:

$$\frac{A}{\alpha^2 T^2} = 1,393 \cdot 10^{-6}.$$

In gleicher Weise sind die Beobachtungen bei anderen Stromstärken angestellt, jedesmal wurden sämmtliche 13 Lagen der Rolle verwendet; die nachstehende Tafel gibt die erhaltenen Resultate.

Nr.	Zahl der Bausen-elemente	T	A	a	$\frac{A}{a^3 T^4}$
1	2	55,82	8,94	45,10	$1,392 \cdot 10^{-6}$
2	3	55,82	19,18	66,55	1,390
3	4	55,79	32,59	87,14	1,378
4	8	55,79	106,09	156,4	1,393
5	12	55,89	212,4	228,8	1,367

Bei den folgenden Angaben sind stets Centimeter, Gramm und Secunde als Einheiten zu Grunde gelegt.

Das Trägheitsmoment des Balkens mit dem Wismuth wurde $K = 52591$ gefunden; die Länge des Hebelarmes ist $s = 22,11$, der Reductionsfactor der Tangentenbussole $R = 7,631$, $Nv = 2303/49,7 = 46,336$; mit Rücksicht auf die oben angegebenen Werthe von m , ρ , b , β und l , ferner von d und δ berechnet sich der Factor $f = 10,108$ und damit ergeben die Versuche:

Nr.	k	X	Nr.	k	X
1	$14,07 \cdot 10^{-6}$	25,8	4	$14,08 \cdot 10^{-6}$	89,5
2	14,05	88,1	5	13,82	128,0
3	13,93	49,9			

Mittel $k = 13,99 \cdot 10^{-6}$.¹⁾

1) Aus den Messungen der diamagnetelectricchen Induction ergab sich für dasselbe Wismuth das Moment der Masseneinheit durch die Scheidekraft 1 hervorgerufen: $\frac{1}{8731177} = 1,492 \cdot 10^{-6}$ (l. c. p. 25. 1877). Wie oben (p. 278 Anm.) angegeben wurde, ist damals die Scheidekraft in der Rolle (134,3) etwas zu gross berechnet worden, sie betrug nur 130,4. Mit Rücksicht hierauf ergibt sich aus den älteren Beobachtungen für die Masseneinheit Wismuth die Zahl $1,535 \times 10^{-6}$ und für die Volumeneinheit (Dichte 9,81) $k = 15,05 \cdot 10^{-6}$. Nimmt man dagegen den aus den obigen Versuchen hervorgehenden Werth $k = 13,99 \times 10^{-6}$ als richtig an, so folgt umgekehrt die Grösse m (Moment der Masseneinheit des Eisenellipsoides bei der Scheidekraft 130,4) der Werth 209,1; rechnet man hieraus e (Maximum des Moments eines Gramms Eisens), so findet man 215,7, was mit dem v. Waltenhofen (Pogg. Ann. 137. p. 529. 1869) als Mittel aus den Beobachtungen verschiedener Forscher angegebenen Werth 212,5 C. G. S. nahe übereinstimmt. (S. auch J. Haubner, Wien. Ber. 82. p. 771. 1880. C. Fromme, Wied. Ann. 13. p. 695. 1881.)

Unter X ist noch die „mittlere Scheidekraft“ angeführt, gemessen in den angegebenen Einheiten, d. i. die Grösse der Scheidekraft, welche in der Endfläche der Rolle in der Axe derselben herrscht; die Berechnung hat hier nach der Formel:

$$X = \frac{2\pi N \nu l i}{b - \beta} \log \frac{b + \sqrt{l^2 + b^2}}{\beta + \sqrt{l^2 + \beta^2}} = 289,7i$$

zu geschehen.

Ich theile weiter die Resultate mit, welche sich bei Versuchen mit zwei anderen Wismuthcylindern Nr. 2 und Nr. 3 herausstellten. An dem Apparate war insofern eine kleine Veränderung vorgenommen, als der an dem Balken befestigte Glasstab, welcher die Wismuthcylinder trägt, unter spitzem Winkel derart gebogen worden war, dass bei einer kleinen Drehung des Balkens die Axe des Cylinders sich möglichst genau in der Axe der Drahtrolle verschob; es fiel also die Drehungsaxe des Balkens in die durch die Endfläche der Rolle gelegte Ebene. Der Drahtring an der Tangentenbussole, den der Strom i durchfloss, war etwas entfernter von der Nadel aufgestellt, als bei den früheren Messungen, der Reductionsfactor war $R = 7,969$. Es wurden ferner die Drahtlagen der Rolle in verschiedener Zahl angewendet, indem entweder nur die innerste oder die drei innersten Lagen ausgeschaltet waren.

Wismuth Nr. 2; Länge 9,95 cm, Durchmesser 0,834 cm, Dichte 9,820.

Nr.	Zahl der Elemente	Zahl der Drahtlagen	T	A	α	$\frac{A}{\alpha^2 T^2}$
1	6	13	47,34	36,97	121,1	$1,125 \cdot 10^{-6}$
2	10	18	47,34	87,90	186,9	1,123
3	10	12	47,41	76,95	190,2	0,946
4	6	10	47,33	29,17	141,2	0,653
5	10	10	47,33	66,70	215,2	0,648

Es war $K = 37693$, $s = 21,22$, $d = 1957$, $\delta = 2458$. Für die Versuche Nr. 1 und 2 berechnet sich $f = 12,833$, für Nr. 3 ist $f = 15,333$, endlich für Nr. 4 und 5 folgt $f = 22,667$; damit ergeben sich folgende Werthe:

Nr.	k	X	Nr.	k	X
1	$14,44 \cdot 10^{-6}$	71,4	4	$14,80 \cdot 10^{-6}$	64,1
2	14,41	110,2	5	14,57	97,8
3	14,50	103,8			

$$\text{Mittel } k = 14,54 \cdot 10^{-6}.$$

Wismuth Nr. 3; Länge 9,95 cm, Durchmesser 0,835 cm, Dichte 9,818. Zahl der verwendeten Drahtlagen 12, Mittel der Schwingungsdauer vor und nach den Versuchen 43,53 Sec.

Nr.	Zahl der Elemente	A	α	$\frac{A}{a^2 T^2}$
1	4	10,62	88,61	$0,7135 \cdot 10^{-6}$
2	6	21,07	125,0	0,7114
3	8	31,55	153,1	0,7104
4	10	46,22	185,8	0,7066

Der Factor f ergibt sich = 18,974 und damit folgt:

Nr.	k	X	Nr.	k	X
1	$13,54 \cdot 10^{-6}$	39,2	3	$13,48 \cdot 10^{-6}$	67,6
2	13,50	55,2	4	13,41	82,2

$$\text{Mittel } k = 13,48 \cdot 10^{-6}.$$

Die Differenzen, welche die Werthe k für die drei verschiedenen Wismuthcylinder zeigen, sind sehr merklich; man könnte vermuten, dass die Beobachtungsfehler, namentlich die Unsicherheit in der Bestimmung der Trägheitsmomente die Unterschiede von k verursacht haben. Dagegen scheint aber der folgende Umstand zu sprechen: Der Neusilberdraht, an dem der Balken hing, war bei den Versuchen mit Wismuth Nr. 1 und Nr. 2, obwohl sie zu verschiedenen Zeiten gemacht wurden, derselbe, es muss daher das statische Directionsmoment D der Torsionskraft des Drahtes sehr nahe dasselbe sein. Berechnet man mit den oben angegebenen Werthen der Trägheitsmomente und dem Mittelwerthe der Schwingungsdauer jenes Moment D , so erhält man für dasselbe 166,8 und 168,0, welche Werthe so gut übereinstimmen, dass bedeutende Fehler bei den Bestimmungen der K wohl ausgeschlossen sind. Es dürfte vielmehr die Verschie-

denheit von k in der Beschaffenheit der verwendeten Wismuthcylinder ihren Grund haben.¹⁾

Ich habe endlich auch aus derselben Wismuthmasse, aus welcher der bei den Inductionsversuchen (erste Methode) gebrauchte grosse Cylinder gegossen worden war, noch eine kleine Stange hergestellt und nach der zweiten Methode untersucht. Die Dimensionen des kleinen Cylinders waren: Länge 7,28 cm, Durchmesser 1,001 cm, Dichte 9,814. Trägheitsmoment $K = 38960$, der Factor f berechnete sich zu 16,83. Zwei Versuchsreihen ergaben folgende Resultate: $T = 44,89$ Sec.

Zahl der Elemente	A	α	$\frac{A}{\alpha^2 T^2}$	k	X
6	27,12	126,6	$0,8397 \cdot 10^{-6}$	$14,13 \cdot 10^{-6}$	55,9
9	52,50	176,4	$0,8373$	14,09	78,0

Das Mittel der beiden Werthe $k = 14,11 \cdot 10^{-6}$ weicht von dem nach der ersten Methode gefundenen (13,57) allerdings um nahe 4 Proc. ab, doch kann die Uebereinstimmung der auf zwei voneinander gänzlich verschiedenen Wegen erhaltenen Resultate immerhin eine gute genannt werden.²⁾

Selbstverständlich wurde auch untersucht, ob eine Einwirkung der vom Strom durchflossenen Rolle auf die Aufhängevorrichtung allein vorhanden sei. Bei schwächeren Strömen zeigte sich keine bemerkbare Wirkung; erst bei Anwendung eines Stromes von zehn Bunsenelementen, der sämmtliche Lagen der Rolle durchfloss, war eine kleine Bewegung des Balkens zu sehen: sie betrug etwa 0,8 Theilstriche der Scala, und zwar wurde der Balken gegen die

1) Hr. Assistent Hinteregger hatte die Güte, Proben des Metalls, aus den die drei Cylinder hergestellt waren, auf ihren Eisengehalt zu untersuchen; er fand in allen drei Wismuthproben Spuren von Eisen, durch ein Titrirverfahren mit übermangansaurem Kali ergaben sich die Eisengehalte zwischen 0,02 und 0,05 Proc., doch hat das Wismuth mit dem stärksten Eisengehalt (Nr. 1) nicht die kleinste Diamagnetisirungszahl.

2) Bei diesen Versuchen und jenen mit Wismuth Nr. 3 war ein anderer Neusilberdraht verwendet, als bei Nr. 1 und Nr. 2; rechnet man D für diesen Draht aus K und T , so findet man 191,2 und 191,4 also wieder sehr gute Uebereinstimmung.

Spirale hingezogen, Es wären daher die bei grossen Scheidekräften (etwa von $X = 90$ angefangen) gefundenen Ablenkungen A etwas zu klein beobachtet worden; indess ist der Betrag, um den die Ablenkungen zu vergrössern wären, so unbedeutend, dass er innerhalb der Fehlergrenzen der Messungen liegt und daher füglich vernachlässigt werden kann.

Dritte Methode. In der zweiten, bereits oben erwähnten Abhandlung Boltzmann's ist das Drehungsmoment berechnet, welches eine Spirale von grosser Länge auf einen nahe ihrem Ende befindlichen und nahe conaxialen diamagnetischen Cylinder ausübt. Haben ρ , b , λ , N , i und k dieselben Bedeutungen wie früher, und ist h die Entfernung der Wismuthmitte von der Endfläche der Spirale, so findet Boltzmann für das Drehmoment, welches den Winkel α (zwischen der Axe des Cylinders und der Spirale) zu vergrössern sucht, den Ausdruck:

$$M = -2\pi^3 k N^2 i^2 \rho^2 b^2 \alpha F(h),$$

worin: $F(h) = \left[\frac{b^3 - 2h(h+u)}{b^3 \sqrt{w}} - \frac{b^3 - h^3}{4w^3} + \frac{2h(h+u)^3}{b^3 \sqrt{w}^3} + \frac{2h}{w} \right. \\ \left. + \frac{(9h^3 - 13b^3)(h+u)}{16b^3 w} - \frac{5b^2 h}{4w^3} - \frac{5(h^3 - b^3)(h+u)}{8w^3} \right. \\ \left. + \frac{3(3h^2 + b^2)}{16b^3} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{h+u}{b} \right] \begin{matrix} u = +\frac{1}{2} \\ u = -\frac{1}{2} \end{matrix}$

$$w = b^2 + (h+u)^2 \quad (\text{l. c. p. 585, Formel 28}).$$

Für den Fall, dass die Spirale aus v Lagen besteht, soll angenommen werden, dass man statt der den verschiedenen Lagen entsprechenden Werthe von b deren Mittelwerth setzen dürfe. N bedeutet natürlich dann die auf die Längeneinheit entfallende Windungszahl der ganzen Spirale. Es sei der Cylinder in seiner Mitte so aufgehängt, dass er in horizontaler Ebene schwingt, und es falle seine Ruhelage mit der Axe der Rolle zusammen, so wird durch die Wirkung der vom Strome durchflossenen Rolle die Schwingungsdauer des Cylinders vergrössert; heisst dieselbe, wenn kein Strom durch die Rolle fliessst, T und ϑ die kleine Änderung der Schwingungsdauer beim Strome i , K das Trägheits-

moment des Cylinders bezogen auf die Aufhängungsaxe, so folgt zur Bestimmung von k die Gleichung:

$$(3) \quad k = - \frac{K}{\pi N^2 q^2 b^2 F(h)} \cdot \frac{\theta}{i^2 T} \left(1 - \frac{3\theta}{2T} \right).$$

Ein Wismuthcylinder von der Länge $\lambda = 10,09$ cm und dem Durchmesser $2q = 0,702$ cm wurde an Coconfäden bifilar vor dem Ende der bei den vorigen Versuchen (zweite Methode) gebrauchten Rolle aufgehängt, sodass in der Ruhelage seine Axe in die Spiralaxe fiel. Um seine Schwingungsdauer bestimmen zu können, sind an seinen beiden Endflächen kurze, feine Glasfäden mit Schellack angekittet, und ein Fernrohr ist derart eingestellt, dass sich die Bilder der Glasfäden genau decken, wenn der Cylinder sich in der Ruhelage befindet; es werden dann, wenn der Cylinder schwingt, auf electrischem Wege die Momente registriert, in denen die Bilder der Glasfäden sich kreuzen. Solche Beobachtungen werden nun abwechselnd bei offenem und geschlossenem Stromkreise ausgeführt, ohne dass dabei das Wismuth von neuem zum Schwingen angeregt wird; die einzelne Beobachtung einer Schwingungsdauer erforderte eine Zeit von circa zwölf Minuten. Indem dann die Differenzen zwischen den bei geschlossener und offener Kette erhaltenen Werthen genommen werden, ergeben sich wegen der Abnahme der Schwingungsweite abwechselnd grössere und kleinere Werthe für θ ; die Mittel aus je zwei auf einander folgenden Werthen weichen meist nur wenig voneinander ab und zeigen die Wirkung der vom Strom durchflossenen Rolle auf das Wismuth an. Um Störungen durch die Erwärmungen der Rolle möglichst hintanzuhalten, befindet sich der schwingende Cylinder in einer doppelwandigen Röhre, die beiderseits mit Glasplatten verschlossen ist und oben einen Schlitz hat, um die Aufhängefäden hindurchzulassen; die Röhre ragte bei den ersten Versuchen zum Theil ins Innere der Rolle hinein. Neben das Wismuth war in die Röhre die Kugel eines Thermometers gebracht, und dieses zeigte, dass in der Zeit einer Versuchsreihe die Temperatur im Innern allmählich um 3–4 Grade stieg. Ueber die Rolle und die Aufhängevorrichtung war wieder der grosse Glaskasten gestellt.

Bei verschiedenen Entfernungen (h) der Wismuthmitte von der Endfläche der Rolle wurden Beobachtungen gemacht, desgleichen jedesmal bei verschiedenen Stromstärken (i). Dabei floss der Strom durch die acht äusseren Lagen der Rolle, welche eine Gesammtzahl von 1412 Windungen haben, sodass $N = 1412/49,7 = 28,41$ zu setzen ist; der mittlere Radius ist $b = 5,37$ cm.

Obwohl nun die bei demselben h erhaltenen Werthe von k verhältnissmässig gut übereinstimmten, ergab sich k aus den bei verschiedenen h gemachten Beobachtungen sehr abweichend. Je kleiner h war, je grösser also der in die Rolle hineinragende Theil des Cylinders war, um so grösser wurde k gefunden.¹⁾

Da es nicht wahrscheinlich schien, dass die geringe, allmähliche Temperaturerhöhung von so bedeutendem Einflusse sei, so konnte die Richtigkeit der bei der Berechnung zu Grunde gelegten Formel in Zweifel gezogen werden. Ich habe deshalb versucht, die Formel für das Drehungsmoment auf einem anderen Wege zu berechnen, der von dem von Boltzmann eingeschlagenen vollkommen verschieden ist. Ich gebrauchte dazu die von Stefan²⁾ angewandte Methode, indem ich das Potential der vom Strom durchflossenen Spirale auf einen in ihrer Axe befindlichen Punkt in der Form:

$$U = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \dots$$

darstellte. Der Anfangspunkt der Coordinaten liege in der Wismuthmitte, also in der Axe der Spirale im Abstande h vom Ende derselben, und die X -Axe falle mit der Spiralenaxe zusammen. Es ist dann für eine Spirale von der Länge l :

$$U = 2\pi Ni [l - \sqrt{b^2 + (l + h + x)^2} + \sqrt{b^2 + (h + x)^2}].$$

Entwickelt man diesen Ausdruck unter der Voraussetzung, dass l gegen b gross ist, nach Potenzen von x , so ergeben sich für die Coefficienten die Werthe:

1) Für $h = 1,8$ cm folgte k fast doppelt so gross, als für $h = 5$; in letzterem Falle fiel das Ende des Cylinders mit der Endfläche der Rolle zusammen, sodass sich das Wismuth ausserhalb der Rolle befand, die den Cylinder umgebende Röhre war aber dabei in den Innenraum der Spirale eingeschoben.

2) Schuhmeister, Wien. Ber. 83. p. 46. 1881.

uthmitte
gemacht,
rken (i).
agen der
n haben,
ltere Ra-

Werthe
ch k aus
sehr ab-
die Rolle
wurde k

ge, all-
influsse
nung zu
n. Ich
moment
em von
den ist.
Methode,
en Spi-
Form:

in der
ande h
lenaxe
nge l :
].

etzung,
ergeben
= 5; in
er Rolle
die den
der Spi-

$$A_1 = -2\pi Ni \frac{e-h}{e}, \quad A_2 = 2\pi Ni \frac{b^2}{2e^5}, \quad A_3 = -2\pi Ni \frac{b^2h}{2e^5},$$

$$A_4 = 2\pi Ni \frac{b^2(4h^2-b^2)}{8e^5}, \quad A_5 = -2\pi Ni \frac{b^2h(4h^2-3b^2)}{8e^5}, \quad \text{etc.}$$

wo $e^2 = b^2 + h^2$.

Für einen ausserhalb der Axe im Abstande a von der selben befindlichen Punkt ist sodann das Potential (l. c. p. 47):

$$V = A_0 + A_1 x + A_2 \left(x^2 - \frac{a^2}{2} \right) + A_3 \left(x^3 - \frac{3}{2} x a^2 \right) + A_4 \left(x^4 - 3x^2 a^2 + \frac{3}{4} a^4 \right) + \dots$$

Um das Drehmoment M zu finden, welches auf einen schwingenden diamagnetischen Körper ausgeübt wird, dessen Drehungsaxe in die Z -Axe des Coordinatensystems fällt, hat man zu bilden:

$$M = \frac{k}{2} \iiint \left\{ y \frac{d}{dx} \left[\left(\frac{dV}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dV}{da} \right)^2 \right] - x \frac{d}{dy} \left[\left(\frac{dV}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dV}{da} \right)^2 \right] \right\} dx dy dz;$$

die Integrationsgrenzen sind durch die Dimensionen des Körpers bestimmt. Für einen cylindrischen Körper, dessen Radius ϱ klein im Vergleich zu seiner Länge λ ist, und dessen Axe mit der Axe der Spirale den kleinen Winkel α bildet, erhält man:

$$M = k \frac{\pi \varrho^2 \lambda^3}{4} \alpha [3A_1 A_3 + A_2^2 + (9A_3^2 + 22A_2 A_4 + 25A_1 A_5) \frac{\lambda^2}{10} + \dots];$$

setzt man darin für die Coefficienten ihre oben angegebenen Werthe, so folgt:

$$M = k \frac{\pi^3 N^2 i^2 b^2 \varrho^2 \lambda^3}{4e^5} \alpha \left[6h + \frac{b^2 - 6h^2}{e} \right. \\ \left. - \frac{\lambda^2}{20e^4} (25h(3b^2 - 4h^2) + \frac{11b^4 - 137b^2h^2 + 100h^4}{e}) + \dots \right]$$

Dieser Ausdruck des Drehmoments, der für den Fall, wo λ gegen e nicht gross ist, verwendet werden kann, ist in vollständiger Uebereinstimmung mit demjenigen, den man aus Boltzmann's Formel (p. 296) erhält, wenn man daselbst nach Potenzen von λ entwickelt und bei den Gliedern mit λ^5 stehen bleibt.

Da hiernach die Formel bestätigt erscheint, so müssen die Abweichungen in den Werthen von k , welche die Beobachtungen bei verschiedenen h ergeben, dem Einfluss der

Temperatur zugeschrieben werden; es bleibt dabei bemerkenswerth, dass die Wirkung verhältnissmässig rasch beim Schliessen des Stromes auftritt und beim Oeffnen wieder bald verschwindet. Jedenfalls sind die Abweichungen nicht aus der Veränderung des Trägheitsmoments infolge der Temperaturerhöhung des Wismuths zu erklären, natürlich auch nicht aus der Aenderung der Bifilarckraft, sondern vermutlich aus der Veränderung der Torsionskraft der Cocondänen.¹⁾

Der Verlauf der Function $F(h)$ für die oben angegebenen Dimensionen der Spirale und des Wismuthcylinders ist aus folgender Zusammenstellung zu ersehen:

h	$F(h)$	h	$F(h)$
0	-0,0366	35	-0,1083
9	640	40	1072
18	869	50	968
30	1048	88	248

Ich habe auch einige Beobachtungen angestellt, wo sich das Wismuth sammt der Röhre ganz ausserhalb der Spirale befand und überdies noch zwischen der Spirale und dem Schwingungskästchen des Cylinders eine Glasplatte aufgestellt war. h hatte in diesem Falle den Werth 88; hier konnte der Temperatureinfluss jedenfalls nur noch sehr gering sein, freilich ist aber auch die Veränderung der Schwingungsdauer sehr klein, und sind deshalb die erhaltenen Resultate mit verhältnissmässig grossen Beobachtungsfehlern behaftet. Ich beschränke mich daher auf die Mittheilung zweier Versuchsreihen, die bei verschiedenen Schwingungsdauern ausgeführt wurden.

Für die mittlere Schwingungsdauer $T = 37,543$ ergab sich bei der Stromstärke $i = 0,3362$ (sechs Bunsen's) als Mittel von vier Werthen $\vartheta = 0,061$; bei einer Wiederholung der Beobachtung war $T = 37,570$, $i = 0,3428$, $\vartheta = 0,064$; mit den Mittelwerthen von T , i und ϑ ist $\vartheta/i^2 T^3 = 10,2 \cdot 10^{-6}$.

1) Von der Richtigkeit dieser Annahme habe ich mich nachträglich durch besondere Versuche überzeugt.

Bei einer grösseren Schwingungsdauer $T = 49,88$ und der Stromstärke $i = 0,340$ war im Mittel $\vartheta = 0,155$, somit $\vartheta/i^2 T^3 = 10,8 \cdot 10^{-6}$.

Das Trägheitsmoment des Wismuthcylinders, aus seinen Dimensionen berechnet, ist $K = 326,6$, damit folgt:

$$\frac{K}{\pi N^2 \varrho^2 b^2 F (h = 88)} = -1,4630,$$

und für: $\frac{\vartheta}{i^2 T^3} = 10,5 \cdot 10^{-6}$,

ergibt sich: $h = 15,3 \cdot 10^{-6}$.

In Anbetracht der Kleinheit der Wirkung ist die Ueber-einstimmung des Werthes von h mit den nach den beiden ersten Methoden gefundenen befriedigend. Eine Verstärkung der Wirkung durch Vergrösserung der Stromstärke schien mir ohne erheblichen Vortheil, da die Erwärmung der Rolle ebenfalls (prop. mit i^2) zunimmt; auch für diamagnetische Körper von kleinerer Dichte als Wismuth werden die Verhältnisse kaum erheblich günstiger sein. Es kann daher diese Methode wohl nur unter Anwendung kräftiger Electromagnete, wie sie bei den Versuchen von Jacques und Schuhmeister benutzt wurden¹⁾, genaue Resultate ergeben, vorausgesetzt, dass für die Abhaltung der Erwärmung ausreichend Sorge getragen wird.

Vierte Methode. Bei dieser habe ich versucht, durch directe Messung der Fernwirkung des diamagnetirten Wismuths die Zahl h zu ermitteln. Die Anordnung des Versuchs ist im wesentlichen dieselbe wie bei W. Weber²⁾ zur Nachweisung der diamagnetischen Polarität. Ein kurzer Wismuthcylinder wird zwischen zwei starke Magnetpole gebracht und die Einwirkung beobachtet, welche dadurch auf eine in der Nähe aufgehängte Magnetometernadel hervorgebracht wird. Die Scheidekraft X zwischen den Magnetpolen

1) In der Mitte zwischen den Polen des von Schuhmeister angewendeten Electromagnets war die magnetisirende Kraft (gegeben durch den Coefficienten A_1) bei Erregung durch ein Bunselement etwa $4\frac{1}{4}$, bei Erregung durch sechs Bunsen aber fast 30 mal so gross, als bei den obigen Versuchen für die Stelle der Wismuthmitte.

2) W. Weber, Pogg. Ann. 73. p. 241. 1848.

wird durch den Inductionsstrom bestimmt, der in einer dem Wismuth an Grösse nahe gleichen Drahtrolle beim Umdrehen derselben im Magnetfeld oder Herausbewegen aus dem Felde entsteht. Das Drehmoment der Magnetpole auf die Nadel ist durch einen von der Seite genäherten Magnetstab compensirt, und das zwischen die Pole gebrachte Wismuth befindet sich gegen die Nadel in der ersten Hauptlage. Bezeichnen wir wieder mit λ die Länge, mit 2ϱ die Dicke des Wismuthcylinders, sei ferner H' die Grösse der an der Stelle der Magnetometernadel herrschenden magnetischen Richtkraft, θ das Torsionsverhältniss des Aufhängefadens und φ der Ablenkungswinkel der Nadel beim Einbringen des Wismuths zwischen die Pole, endlich r die Entfernung der Wismuthmitte von der Nadel, so ist:

$$(4) \quad k = \frac{H' (1 + \theta) \cdot \varphi}{X \varrho^2 \pi \left[\frac{1}{\left(r - \frac{\lambda}{2} \right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{\lambda}{2} \right)^2} \right]};$$

dabei muss die Länge der Magnetometernadel klein sein gegen r .

H' wurde bestimmt entweder durch Vergleichung der Schwingungsdauer der Nadel beim Versuche mit jener, welche unter Einwirkung der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus herrscht, oder durch Vergleichung der Ablenkungen, welche ein stets in dieselbe Lage zur Nadel gebrachter Magnetstab in beiden Fällen hervorruft. Die Magnetometernadel, deren Länge 1,8 cm war, befand sich in einem gut verschlossenen Glaskasten und trug einen Spiegel; ihre Schwingungen waren durch eine kleine in Wasser tauchende Fahne gedämpft. Man beobachtete sowohl direct aus Umkehrpunkten die vom Wismuth bewirkten Ablenkungen der Magnetnadel, als auch die Schwingungsbogen, welche entstanden, wenn das Wismuth im Rhythmus der Nadelschwingungen zwischen die Magnetpole gebracht und wieder entfernt wurde; aus diesen lässt sich mit dem beobachteten Decrement der Schwingungen die Ablenkung A nach der Formel:

$$A = g \frac{x - 1}{x + 1}$$

berechnen, wo g der Multiplicationsgrenzbogen, z das Dämpfungsverhältniss ist¹⁾:

Die Magnete, zwei breite, sehr stark magnetisirte Stahllamellen von van Wetteren, waren auf einer Eisenplatte vertical befestigt, sodass sie mit dieser einen Hufeisenmagnet bildeten. Die Verbindungsline ihrer Pole stand, wie erwähnt, senkrecht zum magnetischen Meridian und traf verlängert die kleine Magnetometernadel. Der Wismutcylinder war bifilar an der Zimmerdecke aufgehängt und konnte mit Hülfe eines über eine Rolle laufenden Fadens leicht zwischen die Magnetpole gebracht oder entfernt werden.

Versuch 1. Länge des Wismuths $\lambda = 6,0$ cm, Durchmesser $2\varrho = 1,4$ cm, Entfernung der Wismuthmitte von der Nadel $r = 17,0$ cm, Schwingungsdauer t der Nadel unter Einfluss der Horizontalkomponente (H): 3,50, Schwingungsdauer beim Versuch $t' = 3,79$ Sec.; daher $H' = H(t^2/t'^2) = 0,181$, da $H = 0,218$; θ ist verschwindend. An einer im Abstande $d = 4360$ vom Spiegel aufgestellten Scala gemessen, ergaben sich die Mittelwerthe aus drei Versuchsreihen $A = 0,96, 0,90, 0,94$ Schth.; die durch Multiplication erhaltenen Grenzbogen waren bei zwei Versuchen $g = 9,29$ und $8,86$ Schth., woraus sich mit $z = 1,215$ die Werthe $A = 0,90$ und $0,86$ ergeben. Die Scheidekraft zwischen den Magnetpolen, deren Distanz etwa 9 cm betrug, war $X = 90,1$; daraus folgt:

$$h = 13,1 \cdot 10^{-6}.$$

Versuch 2. Mit einem anderen Wismutcylinder von demselben Durchmesser, aber nur 2,3 cm Länge, wurde in ähnlicher Weise beobachtet; die Magnetlamellen hatten nur etwa 3 cm Abstand voneinander, und das Magnetfeld zwischen den Polen, in dem die Scheidekraft $X = 210$ herrschte, war bis auf etwa 3% homogen. Die Grösse der magnetischen Richtkraft H' wurde aus der Ablenkung bestimmt, die ein Magnetstab bewirkte, der in eine bestimmte Entfer-

1) Bei der gewöhnlichen Multiplicationsmethode, wo die Richtung der ablenkenden Kraft im Rhythmus der Nadelschwingungen umgekehrt wird, steht der Grenzbogen G mit der Ablenkung A bekanntlich in der Beziehung $A = (G/2) \cdot (z - 1)/(z + 1)$.

nung von der Nadel in die zweite Hauptlage gebracht wurde; diese Ablenkung war beim Versuch 26,9 Scalentheile, während dieselbe 70,0 Sc. betrug, wenn die Magnetometernadel durch die horizontale Erdkraft gerichtet wurde; es ist also $H' = 0,213 (70,0/26,9) = 0,554$. Die Ablenkungen durch das Wismuth bei der Entfernung $r = 9,7$ cm ergaben sich in vier Versuchsreihen, auf die oben erwähnten Weisen bestimmt, $A = 1,43, 1,45, 1,41, 1,48$ Sc., wonach der Werth $k = 13,6 \cdot 10^{-6}$ hervorgeht.

Es sind in neuerer Zeit über die Magnetisirungsfähigkeit wässriger Lösungen von Eisenchlorid mehrere Bestimmungen¹⁾ gemacht worden; Silow zog aus seinen Untersuchungen, bei denen schwache Scheidekräfte zur Anwendung kamen, den Schluss, dass die Lösungen — ebenso wie das Eisen selbst — eine mit der Scheidekraft veränderliche Magnetisirungszahl besitzen. Ich habe nach der oben als „zweite“ angeführten Methode auch einige Versuche mit einer Eisenchloridlösung angestellt; dieselbe befand sich in einem cylindrischen Glasrörchen, welches gerade so, wie die Wismuthcylinder, an dem am Ende des Holzbalkens befestigten Glasstäbchen aufgehängt wurde (s. p. 287). Die Dichte der untersuchten Flüssigkeit, welche schwach sauer reagirte, war 1,48, die Länge des Glasrörchens $2m = 10,24$, sein innerer Durchmesser $2\rho = 0,714$ cm. In der nachstehenden Tabelle sind die erhaltenen Resultate zusammengestellt, wobei die Buchstaben dieselbe Bedeutung haben wie früher (p. 292).

T vor den Versuchen = 26,80,
nach „ „ „ = 26,75 Sec.

Zahl der Elemente	A	α	k	X
1	6,40	25,55	$59,1 \cdot 10^{-6}$	14,2
2	23,78	50,2	56,9	27,9
3	49,7	72,9	56,4	40,5
4	86,1	95,7	56,7	53,2
6	179,7	138,6	56,4	77,0

1) Silow, Wied. Ann. 1. p. 481. 1877; Bull. de Moscou 53. p. 398. Beibl. 3. p. 810. 1879; Wied. Ann. 11. p. 324. 1880. Borgmann, Journ. der Petersb. phys. Ges. 10. p. 129. Beibl. 3. p. 812. 1879. Schuhmeister l. c.

$$\text{Es ist: } k = 4,327 \frac{A}{a^2 T^2}.$$

Da bei Anwendung eines einzigen Elementes die Ausweichung A nur wenige Scalentheile beträgt, so ist die Bestimmung von k aus dieser Beobachtung unsicher. Es scheint demnach die Magnetisirungszahl k bei den angewandten Scheidekräften X constant zu sein.¹⁾ Der obige Werth ist etwas grösser als der von Borgmann aus Versuchen mit Flüssigkeitsringen nach der zuerst von Stoletow²⁾ angewandten Methode bei grossen magnetisirenden Kräften erhaltene ($49 \cdot 10^{-6}$), während Schuhmeister für seine untersuchte Lösung (Dichte 1,395) aus Schwingungsbeobachtungen zwischen Magnetpolen im Mittel $35 \cdot 10^{-6}$ fand.

VII. *Ueber das Funkeln der Sterne und die Scintillation überhaupt; von Karl Exner.*

(Aus dem 84. Bde. der k. Akad. d. Wiss. zu Wien. II. Abth. Dec.-Heft. vom 17. Nov. 1881; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Der Verfasser wurde durch seine Studien über die Scintillation dahin geführt, jene Theorie für richtig zu halten, welche die Erscheinungen der Scintillation lediglich auf die Brechungen der Strahlen in der Atmosphäre zurückführt. und welche schon von Huygens, Newton, Young und Biot für richtig gehalten wurde.

Den Ausgangspunkt fand der Verfasser in den Erscheinungen, welche in Arago's Scintillometer wahrgenommen werden.

Eine von einem unendlich entfernten Lichtpunkte kommende Planwelle verwandelt sich beim Durchgange durch die Objectivlinse eines Fernrohrs in eine sphärische concave Welle. Von irgend einer Ebene, auf welche das Ocular ein-

1) *Nachschrift.* Man sehe die unterdessen in Wied. Ann. 15. p. 225 u. p. 247. 1882 erschienenen Abhandlungen von H. W. Eaton und P. Silow. Die Tabelle auf p. 304 ist etwas ausführlicher als in den Wien. Ber. 85.

2) Stoletow, Pogg. Ann. 146. p. 439. 1872.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XVII.

gestellt ist, gelangt man zu einem nahezu gleichmässig hellen Bilde von der Gestalt einer Kreisfläche.

Nimmt man aber auf die Beugung Rücksicht, d. h. betrachtet man die Erhellung eines Punktes des Gesichtsfeldes als resultirend aus der Interferenz der Elementarstrahlen, welche von den Punkten der sphärischen concaven Welle dahin gelangen, so erhält man ein genaueres Resultat. Das kreisförmige Bild erstreckt sich mit rasch abnehmender Intensität etwas über seine geometrische Grenze hinaus und zeigt in seiner ganzen Ausdehnung abwechselnd helle und dunkle, mit seinem Mittelpunkte concentrische Ringe. Der Mittelpunkt ist ein Maximum oder Minimum der Helligkeit je nach der Entfernung der Ebene, auf welche das Ocular eingestellt ist, vom Focus. Fällt diese Ebene insbesondere auf die Focalebene des Fernrohres, so ist das Centrum stets ein Maximum der Helligkeit, man hat das *Fraunhofer*-sche Beugungssphänomen der Oeffnung des Fernrohrs. Wird das Ocular von dieser Stellung aus eingeschoben oder ausgezogen, so vergrössert sich die centrale helle Scheibe, und bald entsteht im Centrum ein dunkles Loch. Der Vergrösserung der Scheibe entsprechend, vergrössern sich auch die äusseren Ringe. Eine neue Verschiebung des Oculars im selben Sinne hat eine weitere Vergrösserung des Bildes zur Folge und die Bildung einer kleinen leuchtenden Scheibe in der dunklen Mitte, hierauf wieder das Entstehen eines dunklen Punktes in der nun hellen Mitte u. s. f. Die im Centrum auftauchenden, abwechselnd hellen und dunklen Punkte verwandeln sich also successive in Ringe von beständig zunehmender Zahl.

Die gegenseitige Entfernung zweier benachbarter dunkler Stellen auf der Axe des Fernrohrs wird um so beträchtlicher, je kleiner die scheinbare Grösse der Oeffnung des Fernrohres bezogen auf den Focus ist, wird also dadurch vergrössert, dass man die Oeffnung des Instrumentes durch einen kreisförmig ausgeschnittenen Schirm reducirt. Während also die in Rede stehenden Beugungsscheinungen bei dem üblichen Verhältnisse der Grösse der Objectivöffnung zur Focaldistanz der Wahrnehmung nahezu entgehen, wer-

den sie bei Anwendung eines Schirmes ungemein deutlich sichtbar.

Die Lage der Maxima und Minima längs der Axe des Fernrohrs ist leicht zu berechnen.

Die gegenseitige Entfernung zweier benachbarter dunkler Stellen auf der Axe des Fernrohrs ist, wenn ω der scheinbare Radius der Oeffnung, bezogen auf den Focus ist:

$$A = \frac{2\lambda}{\omega^2},$$

mit Ausnahme des gegenseitigen Abstandes der beiden dem Focus, welcher immer ein Maximum ist, unmittelbar benachbarten Minima, von welchen eines vor, das andere hinter dem Focus liegt. Der gegenseitige Abstand dieser beiden Minima ist doppelt so gross.

Diese Beugungerscheinungen im Fernrohre stehen in einer bemerkenswerthen Beziehung zur Scintillation, wie Arago bemerkt hat, welcher sagt: „Nehmen wir für einen Augenblick an, dass das Ocular des Fernrohres sich in einer der Lagen befindet, wo das Centrum des Sternbildes noch ganz dunkel und im Begriffe ist, bei weiterer Verschiebung leuchtend zu werden. Wenn der Stern nicht scintillirt, so wird alsdann die Gestalt des Bildes constant sein, bei leichter Scintillation dagegen erscheint in der Mitte des schwarzen Fleckens von Zeit zu Zeit ein kleiner leuchtender Punkt, als wenn man in diesem Augenblicke das Ocular ein wenig eingeschoben hätte. Ist das Funkeln lebhaft, so sind die Veränderungen dieser Art continuirlich.“

Die richtige Erklärung des Arago'schen Phänomens ist von Jamin gegeben worden, welcher bemerkt hat, dass, um die durch die Scintillation verursachten continuirlichen Veränderungen des Beugungsbildes zu erklären, es nothwendig und hinreichend ist, anzunehmen, dass die einfallenden Wellenflächen beständig ihre Gestalt ändern.

Es kann nicht bezweifelt werden, dass diese Krümmungen durch Brechungen beim Durchgange durch die stets wechselnden Ungleichheiten der Atmosphäre entstehen.

Es wird nun gezeigt, wie man mit Hülfe der Arago-

schen Erscheinungen den Grad dieser Krümmungen wenigstens der Grössenordnung nach bestimmen kann.

Die Erscheinungen sind dieselben, welche sich bei einer nicht scintillirenden Lichtquelle zeigen müssten, wenn entweder das Objectiv oder das Ocular kleine, unregelmässige Schwingungen längs der Axe des Fernrohres um eine mittlere Lage ausführen würden und beweisen, dass die Krümmungen der einfallenden Lichtwellenflächen sich beständig verändern.

Nimmt eine ursprünglich ebene Lichtwellenfläche eine sphärische Krümmung an, so ist der Effect in Bezug auf die Beugungsbilder derselbe, als würde sich die Brennweite des Fernrohres verändert haben. Ist A der Krümmungshalbmesser der einfallenden Wellenflächen, so hat man, da A stets sehr gross im Vergleiche mit der Brennweite p des Fernrohres ist, für die neue Brennweite näherungsweise:

$$v' = p \pm \frac{p^2}{A} \quad \text{und:} \quad p' - p = \pm p \cdot \frac{p}{A}.$$

Das Bild des Sternes erfährt also eine Verschiebung längs der Axe des Fernrohres, welche im Vergleiche mit der Brennweite sehr klein ist. Eine identische Verschiebung erfahren die Beugungsbilder, welche den Focus umgeben.

Die Wirkung einer sehr geringen spärischen Krümmung der einfallenden Wellenflächen besteht darin, sämmtliche Beugungsbilder längs der Axe des Fernrohres um den sehr kleinen Betrag:

$$\pm p \cdot \frac{p}{A}$$

zu verschieben, während die gegenseitige Lage derselben nahezu ungeändert bleibt.

Bei Anwendung einer nicht scintillirenden Lichtquelle muss man also das Arago'sche Scintillationsphänomen dadurch hervorbringen können, dass man zwischen Lichtquelle und Fernrohr intermittirend eine schwach brechende Linse bringt. In der That lässt sich dieser Versuch in verschiedener Weise anstellen.¹⁾

1) Man richte ein Arago'sches Scintillometer nach einem nicht scintillirenden Stern und schiebe sodann ein Stück Spiegelglas vor der

Man richte das Arago'sche Scintillometer auf einen scintillirenden Fixstern und messe den Spielraum α , innerhalb dessen das Ocular verschoben werden kann, ohne dass das Arago'sche Phänomen, d. h. der Wechsel zwischen hell und dunkel im Centrum der Erscheinung, aufhört wahrgenommen zu werden. Man hat dann für die grössten Krümmungen der Wellenflächen während der Zeit der Beobachtung:

$$A = \frac{2p^2}{\alpha}.$$

Es ist nicht anzunehmen, dass die Wellenflächen stets sphärisch gekrümmmt sind, sie werden vielmehr im allgemeinen zwei verschiedene Hauptkrümmungen haben. In der That zeigt auch das Arago'sche Scintillationsphänomen nicht jene Regelmässigkeit, welche stets sphärisch gekrümmten Wellenflächen entsprechen würden. Die Beugungsfiguren sind stets mehr oder weniger verzerrt und zeigen im allgemeinen dieselben Unregelmässigkeiten, welche man auch wahrnimmt, wenn man das Phänomen künstlich mittelst einer Spiegelglasplatte hervorbringt.

Bei 26 Messungen, welche auf der k. k. Universitätssternwarte zu Wien angestellt wurden, entsprachen die durch die stets wechselnden Ungleichheiten der Atmosphäre durch Brechung bewirkten Aus- und Einbiegungen der von den Fixsternen kommenden, ursprünglich ebenen Lichtwellenflächen Krümmungsradien von 1817 bis 19380 und im Mittel von 4733 m.

So gering diese Krümmungen der Wellenflächen sind, so müssen sie doch während der Fortpflanzung eine beträchtlich ungleiche Vertheilung der Intensitäten längs den Wellenflächen zur Folge haben.

Errichtet man in jedem Punkte einer Wellenfläche eine Normale und trägt auf sämmtlichen Normalen gleiche Stücke ab, so ist der Ort der Endpunkte der abgetragenen Stücke

Oeffnung des Instrumentes hin und her. Sofort nimmt man das Arago'sche Scintillationsphänomen wahr, und zwar weit lebhafter als bei der natürlichen Scintillation.

die fortgepflanzte Welle. Es ergibt sich, dass hinter einem nach der Fortpflanzungsrichtung concaven Theile einer Wellenfläche eine Sammlung, und hinter einem convexen eine Zerstreuung der Strahlen eintritt, und dass folglich während der Fortpflanzung der Welle längs dieser die Vertheilung der Intensitäten eine ungleichförmige werden muss. Hat beispielsweise ein Theil der Wellenfläche eine Krümmung von +6000 m Radius und ein benachbarter Theil derselben eine solche von -6000 m, pflanzt sich ferner die Welle um 1000 m fort, und sind J' und J'' die Intensitäten längs dem concaven und dem convexen Theile der Welle in ihrer zweiten Lage, nachdem sie sich um 1000 m fortgepflanzt hat, so ergibt sich, die Krümmungen der Welle als sphärisch vorausgesetzt, nahezu:

$$J':J'' = 2:1.$$

Es werden sich also auf der fortgepflanzten Wellenfläche zwei benachbarte Stellen finden, deren Intensitäten sich wie 2:1 verhalten.

Die von einem Fixstern durch die Atmosphäre nach der Erdoberfläche gelangenden Lichtwellenflächen bestehen sonach bei einem Zustande der Atmosphäre, welcher dem Entstehen der Scintillation günstig ist, aus abwechselnd helleren und dunkleren Theilen; die Vertheilung der Intensitäten längs der Wellenflächen unterliegt wie der Zustand der Atmosphäre einem beständigen und unregelmässigen Wechsel.

Solche Ungleichmässigkeiten der Intensität müssen wahrgenommen werden, wenn sie vorhanden sind.

Keppler beobachtete die Intensitätsungleichheiten direct. Dieselben können aber weit besser als direct in anderer Weise beobachtet werden.

Werde ein astronomisches Fernrohr nach einem scintillirenden Fixsterne gerichtet. Die einfallenden Strahlen sind untereinander merklich parallel, doch an verschiedenen Stellen des Querschnittes des Strahlenbündels sehr verschieden dicht. Fängt man das durch die Objectivlinse gebrochene Strahlenbündel mittelst eines Schirmes auf, oder stellt

man das Ocular auf die entsprechende Ebene ein, so nimmt man in dieser Ebene, welche nicht mit der Focalebene des Fernrohres zusammenfallen darf, ein verkleinertes und intensiveres Bild des Querschnittes des einfallenden Strahlenbündels wahr; das Bild wird um so kleiner und intensiver, je mehr sich die Ebene der Focalebene nähert. Das durch Einschieben oder Ausziehen des Oculars zu einer kreisförmigen Scheibe erweiterte Bild des Sternes kann also nicht gleichförmig hell erscheinen, sondern muss im allgemeinen sehr beträchtliche Helligkeitsfluctuationen zeigen.

Dies findet in der That statt, mag man das Fernrohr nach einem scintillirenden Stern oder nach einer terrestrischen scintillirenden Lichtquelle richten. Die Erscheinung gleicht jener, welche man wahrnimmt, wenn die Sonnenstrahlen von einer leicht bewegten Wasserfläche reflectirt werden und sich auf eine Wand projiciren. Bei stärkerer Scintillation zeigt sich ein helles Netz mit dunklen Maschen, dessen Gestalt beständig wechselt.

Es finden die Helligkeitsschwankungen für die einzelnen Farben, aus welchen das Licht des Sternes besteht, unabhängig voneinander statt, sodass die Scheibe in jedem Momente in ihren verschiedenen Theilen nicht nur ungleich hell, sondern auch ungleich gefärbt erscheint, wenn die scintillirenden Fixsterne tief stehen.

Es werden einige, über terrestrische Scintillation angestellte Versuche beschrieben.

Als Lichtquelle diente das Sonnenbildchen in einem Convexspiegel. Die Beobachtungen wurden so angestellt, dass die Entfernung 1800 m betrug. In dieser Entfernung ist die scheinbare Grösse des durch den benutzten Hohlspiegel hervorgebrachten Sonnenbildchens ungefähr $\frac{1}{20}$ Secunde. Zur Beobachtung diente ein Fernrohr von 9 cm Oeffnung. Wurde die Oeffnung auf 2 cm reducirt, so zeigte sich in lebhafter Weise das Arago'sche Scintillationsphänomen; beispielsweise wurde der helle Punkt in der dunklen Scheibe während einer Minute zwanzigmal sichtbar. Wurde das Fernrohr vom Diaphragma befreit und das Ocular eingeschoben, sodass das Sonnenbildchen sich in die Marius'-

sche Scheibe verwandelte, so zeigten sich lebhafte Helligkeitsfluctuationen.

Bei einer bis auf zwanzig Schritte reducirten Distanz konnte unter Anwendung eines stärker gekrümmten Convexspiegels noch Scintillation beobachtet werden.

Will man am Tage Versuche über Scintillation unter Anwendung sehr grosser Distanzen anstellen, so kann man mit Vortheil als Lichtquelle das durch einen Heliotropen hervorgebrachte Sonnenbild benutzen.

Der folgende Versuch dient dazu, auch die Erstreckungen der concaven oder convexen Theile der Wellenflächen wenigstens nach ihrer Grössenordnung zu bestimmen.

Man richte ein Fernrohr nach einem scintillirenden Stern, schiebe das Ocular ein, bis der Stern als eine grosse Scheibe erscheint, und bringe vor das Objectiv einen Schirm mit geradlinig spaltenförmiger Oeffnung. Hierdurch wird das Bild des Sternes streifenförmig. Die Scintillation verursacht nun Abweichungen von der Geradlinigkeit dieses Bildes, welches stets wechselnde Aus- und Einbiegungen zeigt, sodass es in jedem Momente eine unregelmässige Wellenlinie von geringen Elongationen bildet. Zählt man, wieviel Wellenberge und Thäler das streifenförmige Bild in einem gegebenen Momente zeigt, so hat man die diesem Momente entsprechende Zahl der Aus- und Einbiegungen der einfallenden Lichtwellenflächen längs der Spaltöffnung.

In dieser Richtung wurden mittelst des zwölzfölligen Refractors der Wiener Universitätssternwarte Versuche ange stellt.

Die Durchmesser der concaven oder convexen Theile der einfallenden Lichtwellenflächen betragen beispielsweise 1 dc, oder der in einem gegebenen Momente durch die Oeffnung des Zwölzföllers tretende Theil einer Lichtwellenfläche hatte sieben Aus- und Einbiegungen.

Bei Anstellung dieses Versuches ist es angezeigt, einen nicht zu tief stehenden und nicht zu lichtstarken Stern zu wählen.

Hat man in der beschriebenen Weise einerseits die Krümmungen, andererseits die Erstreckungen der gekrümm-

ten Theile der einfallenden Wellenflächen bestimmt, so genügen die beiden Daten zur Berechnung der Tiefe einer Einbiegung. So zeigt sich, dass die Tiefe einer Einbiegung einer Lichtwellenfläche sehr gering, beispielsweise mit einer Lichtwellenlänge vergleichbar ist.

Da die Strahlen stets auf den Wellenflächen senkrecht stehen, so haben die Krümmungen der Wellenflächen notwendig Ablenkungen der Strahlen zur Folge. Hat z. B. ein annähernd kreisförmig begrenztes Stück der Wellenfläche eine annähernd sphärische Gestalt von 4000 m Krümmungsradius, und beträgt der Durchmesser der kreisförmigen Begrenzung 1 dm, so ergibt sich für die Winkelamplitude der oscillatorischen Bewegung der Lichtstrahlen:

6 Secunden (nahezu).

Es muss also in diesem Falle der Stern Schwankungen von sechs Secunden Amplitude ausführen. Es ergibt sich jedoch noch Folgendes:

Ist das in das Auge oder die Oeffnung des Instrumentes gelangende Strahlenbündel so dünn, dass die Ablenkungen der einzelnen Strahlen des Bündels in jedem Augenblicke identisch sind, beobachtet man also beispielsweise einen Stern mit freiem Auge, so resultirt allerdings eine zitternde Bewegung des Sternes von beispielsweise sechs Secunden Amplitude; ist jedoch das in die Oeffnung des Instrumentes gelangende Strahlenbündel so dick, dass sein Querschnitt in jedem Augenblicke eine grössere Zahl Aus- und Einbiegungen enthält, wie dies z. B. bei der Beobachtung durch ein zwölffölliges Instrument der Fall ist, so lässt sich das dicke Strahlenbündel in jedem Momente in dünne Strahlenbündel zerlegt denken, welche sich im allgemeinen in sehr verschiedenen, ja entgegengesetzten Phasen ihrer Schwankungen befinden, sodass gleichsam das Bild des Sternes gleichzeitig nach allen Richtungen abgelenkt erscheinen muss: durch ein Instrument mit grosser Oeffnung betrachtet, muss das Bild eines scintillirenden Sternes vergrössert und unsicher begrenzt erscheinen, ohne irgend eine zitternde Bewegung zu zeigen.

Was die zitternde Bewegung der Sterne bei Anwendung einer mässig grossen Oeffnung betrifft, so ist das Vorhandensein derselben von sehr vielen Astronomen constatirt und wurden beispielsweise Amplituden von zehn Secunden gefunden.

Vor dem Objective des Zwölfzöllers der Wiener Sternwarte wurde ein Schirm angebracht, in welchem sich drei in gerader Linie liegende Oeffnungen von je 3,2 cm Durchmesser befanden, eine in der Mitte des Objectivs, die beiden anderen an den Rändern desselben. Wurde das Rohr nach dem Sirius gerichtet und das Ocular etwas eingeschoben, so zeigten sich nahe aneinander drei scharfe kreisrunde Bilder des Sternes. Diese drei Bilder befanden sich in beständiger relativer Bewegung, sodass dieselben die Ecken eines Dreieckes von vollständig variabler Gestalt bildeten. Die Bewegung war continuirlich und langsam genug, um bequem verfolgt werden zu können.

Die durch die drei Oeffnungen des Diaphragmas treten den dünnen Strahlenbündel erfuhren also stets wechselnde und voneinander unabhängige Ablenkungen.

Zwei nahe aneinander liegende Oeffnungen zeigten hingegen nur sehr geringe Variationen der gegenseitigen Distanz der beiden so entstehenden Bilder des Sternes.

Was jene Consequenz betrifft, welche sich für Instrumente mit grossen Oeffnungen ergeben hat, so wird dieselbe durch Newton bestätigt, welcher in seiner Optik sagt:

„Die Luft, durch welche wir die Gestirne betrachten, befindet sich in ununterbrochener Bewegung, wie an dem Schwanken des Schattens eines hohen Thurmes und an dem Funkeln der Fixsterne zu sehen ist. . . . Doch scintilliren diese Sterne nicht, wenn sie durch Fernrohre mit weiten Oeffnungen betrachtet werden.“

An einer anderen Stelle, in seinen Principien, sagt Newton:

„Dies ist der Grund, weshalb die Scintillation im ersten Falle (Beobachtung mit freiem Auge) entsteht, im letzteren aber (Beobachtung durch ein Fernrohr mit grosser Oeffnung) unterbleibt.“

Dies fand sich bei den Beobachtungen mit dem Zwölfzöller der Wiener Sternwarte vollständig bestätigt.

Gesetzt, auf eine Objectivöffnung von 8 cm Durchmesser falle ein von einem scintillirenden Fixsterne kommendes Strahlenbündel, und der Querschnitt desselben enthalte in irgend einem Momente zwei hellere und zwei dunklere Stellen. Im Focus, wo sich sämmtliche Strahlen treffen, wird eine mittlere Intensität entstehen, und da die Zahl, Ausdehnung und Intensität der Maxima und Minima von einem Momente zum anderen wechselt, so muss auch die Helligkeit des Sternbildes im Focus continuirlichen Schwankungen unterliegen. Also:

Die Helligkeit des Bildes eines scintillirenden Sternes muss im allgemeinen einem continuirlichen und unregelmässigen Wechsel unterliegen.

Dass dies wirklich stattfindet, ist allgemein bekannt.

Es ergibt sich jedoch noch Folgendes:

Ist die Oeffnung des Instrumentes klein, beobachtet man z. B. mit freiem Auge, so gelangt im allgemeinen in jedem Momente nur ein heller oder dunkler Theil der Wellenfläche in die Oeffnung, die Helligkeitsschwankungen sind beträchtlich. In dem Maasse jedoch, als sich die Objectivöffnung vergrössert, wächst auch die Zahl der gleichzeitig einfallenden helleren und dunkleren Theile der Wellenflächen, die Helligkeit des Sternbildes im Focus nähert sich immer mehr einem Mittelwerthe, und in Fernrohren mit ganz grossen Oeffnungen hören folglich die Schwankungen der Helligkeit des Sternbildes völlig auf.

Die Lebhaftigkeit der Helligkeitsschwankungen des Sternes muss also um so beträchtlicher sein, je kleiner die Oeffnung des Instrumentes ist. Dies stimmt mit den Resultaten der Beobachtung überein.

Bedient man sich während der Beobachtung eines scintillirenden Sternes eines Augenglases, und versetzt man dieses in eine rasche Bewegung von geringer Excursion in einer Ebene senkrecht zur Sehlinie, so nimmt das ursprünglich punktförmige Bild des Sternes die Curvengestalt an, und die Helligkeitsschwankungen des Sternes sind längs dieser Curve

weit wahrnehmbarer, indem das streifenförmige Bild des Sternes in seinen verschiedenen Theilen sehr ungleich hell erscheint, sodass es bei Beobachtung mit freiem Auge den Anschein haben kann, als bestände der Streifen perlenschnurartig aus getrennten Bildern.

Bei niedrig stehenden Sternen gehen die Helligkeitsvariationen längs dem streifenförmigen Bilde des Sternes für die verschiedenen prismatischen Farben unabhängig voneinander vor sich.

Es ergibt sich nun unmittelbar:

Geht man von Instrumenten mit kleineren Oeffnungen zu solchen mit grösseren über, so müssen die Helligkeitsfluctuationen bei eingeschobenem Oculare stets sichtbar bleiben, die Erscheinungen im streifenförmigen Bilde des Sternes jedoch bei einer gewissen Grösse der Oeffnung verschwinden.

Als der Verfasser am 23. Februar 1881 den Zwölzföller der Wiener Sternwarte nach dem Sirius richtete, erschien dieser Stern gross, haarig und unsicher begrenzt, weiss und von constanter Helligkeit, entsprechend der Beschreibung Newton's. Der durch Bewegung des Augenglases hervorgebrachte Lichtstreifen erschien vollkommen weiss, in allen Theilen gleich breit und gleich hell. Schob er jedoch das Ocular ein, so zeigte das zu einer grossen Scheibe erweiterte Bild des Sternes in lebhaftester Weise die Helligkeits- und Farbenfluctuationen. Die Scheibe erschien als ein wahres Mosaik aller Farben und ausserordentlich verschiedener Grade der Helligkeit, während Farbe und Helligkeit an jeder Stelle des Bildes beständig und unregelmässig wechselten. Wurde das scheibenförmige Bild des Sternes durch langsames Einstellen des Oculars auf den Focus verkleinert, so wurde das Gewimmel der Farben und Helligkeiten immer gedrängter, bis bei vollendetem Einstellung wieder ein vollkommen weisses Bild von constanter Helligkeit resultirte. Es wurde hierauf die Oeffnung des Instrumentes auf 4 cm reducirt. Das Bild des Sternes erschien als eine kreisrunde, gut begrenzte Scheibe, welche, in den Streifen verwandelt,

in seinen verschiedenen Theilen sehr verschiedene und wechselnde Intensitäten und Farben zeigte.

Die beständig wechselnden Aus- und Einbiegungen der von den scintillirenden Fixsternen kommenden Lichtwellenflächen haben, sobald sie annähernd sphärisch sind, dieselbe Wirkung, wie wenn die brechende Kraft des Objectivglasses beständig kleinen Schwankungen unterliegen würde.

Ist also das Ocular in irgend einem Momente auf das Bild des Sternes eingestellt, so wird dies im nächsten Momente nicht mehr der Fall sein, das Bild des Sternes wird sich auf der Axe des Fernrohres verschoben haben, und die Verschiebung kann mehrere Millimeter betragen. Die Grösse des im Auge entstehenden Netzhautbildes des Sternes wird also beständigen Schwankungen unterliegen. Weichen überdies die gekrümmten Theile der Wellenflächen von der sphärischen Gestalt unregelmässig ab, wie dies meistens der Fall sein wird, so muss auch die Gestalt des Sternbildes variabel werden. Also:

Gestalt und Grösse des Bildes eines scintillirenden Fixsternes unterliegen continuirlichen kleinen Veränderungen.

Auch diese Consequenz der Theorie wird durch die Beobachtungen bestätigt. Um die Gestaltsveränderungen des Bildes des Sternes besser wahrzunehmen, ist es dienlich, dieses Bild durch Reducirung der Oeffnung des Instrumentes zu vergrössern.

Bei niederem Stande zeigen die scintillirenden Sterne nicht nur Helligkeits-, sondern auch Farbenwechsel. Die bei eingeschobenem Oculare sichtbare Scheibe erscheint an verschiedenen Stellen nicht nur verschieden hell, sondern auch verschieden gefärbt, es ist gerade so, als würden die Helligkeitsfluctuationen innerhalb der Scheibe für die einzelnen Farben unabhängig voneinander vor sich gehen. Ebenso verhält es sich mit dem streifenförmigen Bilde des Sternes, welches in jedem Momente an verschiedenen Stellen nicht nur verschieden hell, sondern auch verschieden gefärbt erscheint. Diese Farbenerscheinungen sind im allgemeinen sehr lebhafter Natur (Farbenscintillation).

Die wahre Ursache der die Scintillation niedrig stehender Sterne begleitenden Farbenerscheinungen ist ohne Zweifel, wie schon Montigny bemerkt und vom Standpunkte seiner Theorie ausgeführt hat, in der regelmässigen Dispersion beim Durchgange der Strahlen durch die Atmosphäre zu suchen.

Nach Montigny beträgt infolge der regelmässigen atmosphärischen Strahlenbrechung die Ausdehnung des Spectrums, als welches ein Stern wahrgenommen wird $1''$, $2''$, $5''$, $29''$ bei scheinbaren Zenithdistanzen gleich 50° , 70° , 80° , 90° , und Struve sah die Sterne als Spectra bis zu einer Höhe von 40 Graden.

Die verschiedenfarbigen Strahlenbündel, welche, von einem Fixsterne kommend, durch die Oeffnung des Instrumentes gelangen, um ein Bild des Sternes hervorzubringen, legen also infolge der regelmässigen Strahlenbrechung verschiedene Wege in der Atmosphäre zurück. Es folgt, dass in irgend einem Momente diese verschiedenfarbigen Strahlenbündel in der Atmosphäre auch mehr oder weniger verschieden durch unregelmässige Brechung modifizirt werden, und dass die Erscheinungen der Scintillation für die verschiedenen Farben bis zu einem gewissen Grade unabhängig voneinander vor sich gehen müssen. Unter der Voraussetzung also, dass die Wirkungen quantitativ hinreichen, findet sich die Farbenscintillation aus dem Zusammenwirken der regelmässigen atmosphärischen Strahlendispersion und der unregelmässigen atmosphärischen Strahlenbrechung erklärt. Es zeigt sich nun in der That, dass diese Voraussetzung erfüllt ist.

Nach Montigny beträgt die gegenseitige Entfernung d der Trajectorien des brechbarsten und des mindest brechbaren Strahles eines Sternes bei 80° Zenithdistanz in einer Entfernung vom Beobachter $x = 5000$ m mehr als $d = 1$ dcm. Bedenkt man also einerseits, dass der von den Strahlen in der Atmosphäre zurückzulegende Weg unvergleichlich länger ist, als 5000 m, und dass die Distanz d mit der Entfernung vom Beobachter beständig wächst, andererseits, dass, wie sich weiter oben ergeben hat, die unregelmässigen Ungleichheiten der Atmosphäre auf zwei parallel gehenden Strahlenbündel schon dann in ganz entgegengesetztem Sinne ein-

wirken können, wenn die gegenseitige Distanz d der Strahlenbündel nur 1 dcm beträgt, so gelangt man zu dem Schlusse, dass bei hinreichend niedrigem Stande des Sternes verschiedene Farben völlig unabhängig voneinander scintilliren müssen, und dass sich folglich die Erscheinungen der Farbenscintillation mit Nothwendigkeit aus dem Zusammenwirken der regelmässigen Strahlendispersion und der unregelmässigen Brechungen in der Atmosphäre ergeben. Hochstehende Sterne scintilliren aber farblos.

Da also erwiesenmassen verschiedenfarbige, von einem Fixsterne in die Oeffnung des Instrumentes gelangende Strahlenbündel in einem grossen Theile der Atmosphäre hinreichend getrennt gehen, um durch die unregelmässigen Brechungen, auf welchen die Scintillation beruht, vollkommen voneinander unabhängig modifizirt zu werden, so werden in einem gegebenen Momente die Helligkeitsmaxima und Minima der bei eingeschobenem Oculare sichtbaren Scheibe für verschiedene Farben eine verschiedene, voneinander fast völlig unabhängige Lage haben können, und die Scheibe wird folglich nicht nur Helligkeits-, sondern auch Farbenfluctuationen zeigen.

Im Focus des Instrumentes werden folglich auch die Helligkeitsmaxima und Minima des Sternbildes für verschiedene Farben nicht gleichzeitig eintreten, der Stern wird successive in verschiedenen Farben erglänzen, und das streifenförmige Bild des Sterns wird in seinen verschiedenen Theilen in jedem Momente nicht nur verschiedene Helligkeiten, sondern auch verschiedene Farben zeigen.

Jeder Stern muss, wenn er hinreichend vergrössert gesehen wird, als ein Spectrum erscheinen, während, wenn dies nicht der Fall ist, die Mischfarbe wahrgenommen wird. Als der Verf. am 22. December 1880 den Sirius bei niederem Stande durch ein stärker vergrösserndes Fernrohr betrachtete, erschien derselbe als wohl ausgebildetes Spectrum. Da der Stern scintillirte, zeigten die einzelnen Theile des Spectrums voneinander unabhängige Variationen der Gestalt, Grösse, Lage und Helligkeit, sodass Farben sich übereinander schoben, oder sich vom Spectrum trennten. Dies bestätigt, was schon

auf anderem Wege nachgewiesen wurde, dass scintillirende Sterne ihren scheinbaren Ort beständig ändern, und dass bei niedrigem Stande des Sternes die Helligkeitsvariationen für die verschiedenen Farben unabhängig voneinander vor sich gehen. Es ist auch unmittelbar ersichtlich, wie ein Stern, dessen atmosphärisches Spectrum die oben beschriebenen Veränderungen zeigt, wenn er bei nicht hinreichender Vergrösserung als Punkt gesehen wird, Variationen der Farbe zeigen muss.

Da das Auseinandergehen der Trajectorien der verschiedenfarbigen Strahlen mit der Höhe des Sternes abnimmt und im Zenith Null wird, so folgt, dass die mit Scintillation verbundene Farbenentwickelung in der Nähe des Horizontes am grössten sein, mit wachsender Höhe des Sternes abnehmen, und spätestens bei einer Höhe = 90° unmerklich werden muss. In der That:

Erhebt sich ein Stern über den Horizont, so erscheint auch bei schwacher Scintillation die bei eingeschobenem Oculare sichtbare Scheibe in sehr gesättigten Farben; in dem Maasse, als der Stern sich erhebt, verlieren die Farben an Sättigung, und wenn eine gewisse Höhe erreicht ist, finden nur noch Helligkeitsschwankungen statt, während jedes Farbenspiel erstorben ist, und zwar auch dann, wenn die Scintillation lebhafter geworden ist, als sie es früher bei niedrigem Stande des Sternes war.

Bei 37 zu verschiedenen Zeiten an Sternen erster und zweiter Grösse in verschiedenen Höhen angestellten Beobachtungen fand der Verf. unter 34° Höhe stets Farbenentwicklung und über 51° Höhe niemals, sodass die Höhe von 45° als Grenze angegeben werden könnte. Also:

Tiefstehende Sterne scintilliren farbig, hochstehende farblos.

Respighi entdeckte das folgende, mit der Scintillation in Verbindung stehende Phänomen.

Die Spectra östlicher, d. i. aufsteigender, scintillirender Sterne zeigen Erschütterungen, welche vorwiegend vom violetten Ende des Spectrums gegen das rothe fortschreiten, die

Spectra von R. Sc. mag. scheint. U. bender günstig Stern Beobac. wegung sich di. so zw. derselb. fortsch. steht. östliche gleichh. zu sam. in dem des St. Spectra und es sich di. schicht. heit der Farbst. sich di. fortpfla. finden. Es tilliren. Lichtq. Punktf. auf Se. der At. Gerade. eine g. Ann. d.

Spectra westlicher Sterne Erschütterungen, welche vorwiegend von Roth gegen Violett fortschreiten.

So verwunderlich diese Beobachtung fürs erste erscheinen mag, erklärt sie sich doch sehr einfach aus der täglichen scheinbaren Bewegung der Sterne.

Um den Fall zu betrachten, welcher nach der zu gebenden Erklärung für die Beobachtung der Erscheinung der günstigste ist, befindet sich sowohl der Beobachter als der Stern im Aequator. Die gerade Verbindungsline zwischen Beobachter und Stern dreht sich infolge der täglichen Bewegung des Sternes um den Beobachter, und zwar bewegen sich die entfernteren Theile dieser Verbindungsline schneller, so zwar, dass ein noch in der Atmosphäre gelegener Punkt derselben mit einer Geschwindigkeit von 74 m in der Secunde fortschreiten kann, wenn der Stern dem Horizonte nahe steht. Befindet sich also in irgend einem Momente an einer östlichen und entfernten Stelle der Atmosphäre eine Ungleichheit, welche geeignet ist, parallel durchgehende Strahlen zu sammeln, zu zerstreuen oder abzulenken, so wird, wenn in demselben Momente die voranschreitenden violetten Strahlen des Sternes diese Stelle passiren, der violette Theil des Spectrums des Sternes eine entsprechende Veränderung zeigen, und es kann bei der grossen Geschwindigkeit, mit welcher sich die Trajectorien der Strahlen in den entfernteren Lufschichten bewegen, geschehen, dass, noch ehe die Ungleichheit der Luft sich beträchtlich verändert hat, die übrigen Farbstrahlen der Reihe nach dieselbe Stelle passiren, sodass sich die Erschütterung im Spectrum von Violett gegen Roth fortpflanzt. Man sieht leicht, wie das Umgekehrte stattfinden muss, wenn der Stern im Westen steht.

Es ist eine bekannte Thatsache, dass die Fixsterne scintilliren, die Planeten nicht, genauer gesprochen, dass eine Lichtquelle um so weniger scintillirt, je mehr sie von der Punktförmigkeit abweicht.

Sei O das Auge des Beobachters, A, B zwei ausserhalb der Atmosphäre gelegene leuchtende Punkte, $AOB = \alpha$. Die Geraden OA, OB haben an der Grenze der Atmosphäre eine gegenseitige Entfernung $d = e\alpha$, wenn e das in der At-

mosphäre gelegene Stück einer der Geraden OA , OB ist. Identificirt man OA und OB mit den von A und B ins Auge gelangenden Strahlen, so können, wie sich gezeigt hat, die Punkte A und B merklich ungleich scintilliren, wenn $d = 1$ dm oder:

$$\alpha = \frac{1 \text{ dm}}{e}.$$

e variiert mit der Höhe der Punkte A , B , und man erhält, wenn die Höhe der Atmosphäre nur beiläufig gleich zehn Meilen angenommen wird, für α Werthe zwischen $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{50}$ Sec. Nimmt man auf die Strahlenbrechung Rücksicht und bezeichnet durch α die scheinbare gegenseitige Entfernung der Punkte A , B , so erhält man noch kleinere Werthe. Hat also eine planetarische Scheibe einen Durchmesser von 40 Secunden, so werden sich längs dem Durchmesser 200 bis 2000 Punkte finden, welche unabhängig voneinander scintilliren.

Es ist daher erklärlich, dass die Planeten eine gleichmässige mittlere Intensität zeigen.

VIII. Untersuchungen über die Constitution gasförmiger Weltkörper; von A. Ritter in Aachen.

Vierzehnte Abtheilung.

§ 56. Radiale Strömungen im Inneren der Sonnenmasse.

Die von der Sonne in jeder Secunde ausgestrahlte Wärmequantität beträgt etwa 14 000 Wärmeeinheiten pro Quadratmeter ihrer Oberfläche, und höchst wahrscheinlich wird diese Wärmequantität ausschliesslich von einer Oberflächenschicht ausgesendet, deren Dicke einen verhältnissmässig kleinen Bruchtheil vom ganzen Halbmesser der Sonne bildet. Man darf annehmen, dass die directe Wärmeausstrahlung nur bis zu einer gewissen Tiefe sich erstreckt, und dass unterhalb einer bestimmten Grenzfläche, welche viel-

leicht tausend Meilen unter der Oberfläche der Photosphäre liegen mag, von Seiten der daselbst befindlichen Massentheile eine „directe“ Aussendung von Wärmestrahlen in den Weltenraum nicht mehr stattfindet. Diese Grenzfläche, in welcher die aufsteigenden Massentheilchen beginnen und die herabsinkenden aufhören, Wärme unmittelbar in den Weltenraum auszustrahlen, soll mit „F“ bezeichnet werden, und die ganze ausserhalb derselben befindliche Massenschicht, deren Theile sämmtlich zu jener ausgestrahlten Wärmequantität directe Beiträge liefern, soll die „Oberflächenschicht“ genannt werden.

Wenn man versucht, sich eine Vorstellung zu bilden von dem Zustande, in welchem diese Oberflächenschicht sich befindet, so gelangt man zunächst zu dem Resultate: dass jeder Gedanke an das Erfülltsein der mechanischen oder thermischen Gleichgewichtsbedingungen hierbei von vornherein auszuschliessen sein wird. Denn jede Wärmeabgabe der Oberflächenschicht bedingt eine Störung ihres Gleichgewichts, und zur Wiederherstellung des gestörten Gleichgewichtszustandes ist immer eine gewisse Zeit erforderlich. Wenn also die Störungen unaufhörlich sich wiederholen, und wenn zugleich die störenden Ursachen eine so energische Thätigkeit entwickeln, wie im vorliegenden Falle, so wird von einer stetigen Wiederherstellung des gestörten Gleichgewichts nicht einmal annäherungsweise die Rede sein können. Die Abweichungen vom mechanischen Gleichgewichte müssen durch Strömungsgeschwindigkeiten von mehreren Meilen pro Secunde sich kundgeben, und die Abweichungen vom thermischen Gleichgewichte durch Temperaturcontraste von mehreren tausend Graden zwischen Massentheilen, welche fast in Berührungsnähe sich befinden. Das wirkliche Vorhandensein von solchen Strömungsgeschwindigkeiten und Temperaturcontrasten an der Sonnenoberfläche ist durch directe Beobachtungen zur Genüge constatirt worden.

Da jedoch der Zustand der Oberflächenschicht im grossen und ganzen stets derselbe bleibt, so wird man trotz des beständigen Nickerfüllseins der mechanischen und thermischen Gleichgewichtsbedingungen diesen Zustand als eine

Art von Beharrungszustand auffassen dürfen. An jeder bestimmten Stelle der Oberflächenschicht sind Grösse und Richtung der Massen- und Wärmebewegung höchst wahrscheinlich in beständiger Aenderung begriffen. Die hierdurch bedingten Zustandsänderungen werden jedoch mit einer gewissen Gesetzmässigkeit erfolgen und dürfen als periodische Schwankungen um gewisse mittlere Zustände aufgefasst werden. Da die mittlere Temperatur der Oberflächenschicht im Laufe von Jahrtausenden keine merkbare Aenderung erleidet, so muss die Oberflächenschicht aus dem Inneren beständig ebenso viel Wärme empfangen, als dieselbe nach aussen hin aussendet. Hieraus folgt, dass durch jene oben mit F bezeichnete Grenzfläche in jeder Secunde 14 000 Wärmeeinheiten pro Quadratmeter in der Richtung nach aussen hindurchgehen — oder, genauer ausgedrückt: 14 000 Wärmeeinheiten mehr in der Richtung nach aussen als in der Richtung nach innen.

Jene Wärmezuführung kann erfolgen: einerseits als Bewegung von Wärme ohne Begleitung von ponderablen Massen, nämlich in Form von Wärmeleitung oder Wärmestrahlung; andererseits auf dem Wege der „Convection“ oder der Fortführung von Wärme durch bewegte ponderable Massen, welche den fortgeföhrten Wärmequantitäten als Träger dienen. Die letztere Art wird als die bei weitem wirksamere höchst wahrscheinlich vorherrschen, und annäherungsweise wird man provisorisch annehmen dürfen, dass die ganze Wärmequantität, welche die Oberflächenschicht aus dem Inneren empfängt, auf dem Wege der „Convection“ ihr zugeführt wird. Durch die Fläche F geht daher beständig nicht nur Wärme, sondern auch ponderable Masse hindurch, und da die Quantität der ganzen innerhalb dieser Fläche befindlichen Masse stets unverändert bleibt, so muss in der Richtung nach aussen fortwährend ebenso viel Masse hindurchgehen, als in der Richtung nach innen. Zugleich ergibt sich aus der oben in Bezug auf die Art der Wärmezuführung aufgestellten Hypothese, dass die in der Richtung nach aussen hindurch gehende Masse in jeder Secunde 14 000 Wärmeeinheiten pro Quadratmeter

mehr ausführt, als die nach innen hindurchgehende Masse wieder zurückbringt.

Während dieses Massen- und Wärme-Transportes kann eine Umwandlung von Wärme in lebendige Kraft stattfinden, sowie auch umgekehrt eine Umwandlung von lebendiger Kraft in Wärme. Bei der Berechnung der aus- und eingeführten Wärmequantitäten wird daher die lebendige Kraft der bewegten ponderablen Massen, in Wärmeeinheiten ausgedrückt, als ein Theil der fortgeföhrten Wärme mit in Rechnung gebracht werden müssen.

Um von der Art dieser Massen- und Wärmebewegungen eine **Anschaung** zu gewinnen, erscheint es rathsam, von einem fingirten Falle auszugehen, nämlich von der Annahme: dass die Wärmeausstrahlung in einem bestimmten Zeitpunkte ihren Anfang nahm, nachdem zuvor die ganze Sonnenmasse auf irgend eine Weise — z. B. durch ein vollständiges Durcheinanderrühren der Schichten — in den adiabatischen Gleichgewichtszustand versetzt worden war.

Mit dem Beginn der Wärmeausstrahlung wird gleichzeitig eine rasch fortschreitende Änderung des Zustandes der ganzen Oberflächenschicht beginnen. Infolge des Entropieverlustes, welchen die sämmtlichen Massentheile derselben erleiden, wird zunächst eine allgemeine Verdichtung dieser Schicht eintreten, und hierdurch entsteht ein labiler Gleichgewichtszustand, vergleichbar dem Gleichgewichtszustande einer auf dem Wasser schwimmenden Quecksilberschicht. Die geringste zufällige Störung desselben wird als dann zur Folge haben, dass die dichteren Massen von oben herabstürzen, während gleichzeitig die unten befindlichen leichteren Massen zur Oberfläche emporsteigen. An der Stelle des Hinabstürzens werden oben die dichteren Massen von allen Seiten herbeiströmen, während an der Stelle des aufsteigenden Stromes unten die leichteren Massen aus der Umgebung zuströmen. Jedes aufsteigende Massentheilchen wird nach kürzerem oder längerem Verweilen in der Oberflächenschicht wieder herabsinken und früher oder später abermals einem aufsteigenden Strome sich anschliessend den Kreislauf wiederholen.

Da die Ursache, welche diese Strömungen erzeugte, fortfährt zu wirken, so wird die auf solche Weise entstandene Massencirculation continuirlich sich fortsetzen. Infolge dessen musste die anfangs gleichförmig vertheilte Wärmeausstrahlung allmählich in eine ungleichförmig vertheilte übergehen, insofern an denjenigen Stellen, wo die kälteren dichteren Massen herabsinken, nunmehr weniger Wärme ausgestrahlt wird, und an den Stellen, wo die heisseren leichteren Massen zur Oberfläche emporsteigen, mehr Wärme ausgestrahlt wird als vorher.

Hinsichtlich der Art und Weise, in welcher die der Oberflächenschicht selbst angehörenden Massen an dieser Circulation sich betheiligen, können die folgenden drei Fälle unterschieden werden. Erster Fall: die Oberflächenschicht wird an einzelnen Stellen von herabstürzenden Strömen durchbrochen, während die ganze Masse der Schicht langsam steigt. Zweiter Fall: die Oberflächenschicht wird an einzelnen Stellen von aufsteigenden Strömen durchbrochen, während die ganze Masse der Schicht langsam sinkt. Dritter Fall: die Oberflächenschicht wird an zahlreichen Stellen gleichzeitig, einerseits von abwärts gerichteten, andererseits von aufwärts gerichteten Strömen durchbrochen, während die ganze Masse der Schicht langsam steigt oder sinkt, je nachdem die abwärts oder die aufwärts gerichteten Strömungen vorherrschen. Die Lichtkörner und die dunklen Poren, welche dem überwiegend grösseren Theile der Sonnenoberfläche das gesprenkelte (granulirte) Aussehen verleihen, scheinen darauf hinzudeuten, dass der dritte Fall die Regel bildet, und dass die beiden ersten als extreme Ausnahmefälle die Grenzen darstellen, bis zu welchen locale Abweichungen von dem dritten normalen Falle zu Zeiten sich erstrecken können.

Als Maass der Intensität, mit welcher die auf solche Weise entstandene Massencirculation stattfindet, kann diejenige Massenquantität „ μ “ gelten, welche durchschnittlich pro Secunde durch jede Flächeneinheit der Fläche F hindurchgeht, und zwar in jeder von beiden Richtungen, nach aussen sowohl als nach innen. Mit der Grösse des Coëfficienten μ würde zugleich diejenige Wärmequantität gegeben sein, welche durchschnittlich von jedem aufsteigenden Massen-

kilogramm während seines Verweilens in der Oberflächenschicht in den Weltenraum ausgestrahlt wird. Wenn z. B. bekannt wäre, dass $\mu = 1000$ kg ist, so würde hieraus folgen, dass jedes Massenkilogramm durchschnittlich vierzehn Wärmeeinheiten in den Weltenraum ausstrahlt während des Zeiträumes, welcher zwischen dem Austritte und dem nächstfolgenden Wiedereintritte desselben in den von der Fläche F umschlossenen Kugelraum verstrich.

In jedem Punkte der Fläche F findet entweder eine sinkende oder eine steigende Bewegung statt, deren Geschwindigkeit zeitweise auch den Werth Null annehmen kann. Die ganze Fläche F setzt sich daher aus zwei Theilen zusammen, von denen der eine Theil „ f “ die Querschnittsflächensumme aller vertical abwärts gerichteten Strömungen, und der andere Theil „ $F-f$ “ die Querschnittsflächensumme aller vertical aufwärts gerichteten Strömungen darstellt. Wenn mit λ die Massenquantität bezeichnet wird, welche durchschnittlich pro Secunde durch jede Flächeneinheit der Fläche f in der Richtung nach innen hindurchgeht, und mit ν die Massenquantität, welche durchschnittlich pro Secunde durch jede Flächeneinheit der Fläche $F-f$ in der Richtung nach aussen hindurchgeht, so ist:

$$(585) \quad \mu F = \lambda f = \nu (F-f).$$

Nach dieser Gleichung würden z. B. den Werthen $\mu = 1000$ kg und $f = F/7420$ die folgenden Werthe entsprechen:

$$(586) \quad \lambda = \mu \frac{F}{f} = 7\,420\,000 \text{ kg},$$

$$(587) \quad \nu = \mu \frac{F}{F-f} = 1000,13 \text{ kg},$$

und wenn man zugleich annimmt, dass die Dichtigkeit der sinkenden Masse so gross ist wie die des Wassers, so ergibt sich für die abwärts gerichteten Ströme eine mittlere Geschwindigkeit von 7420 m oder einer Meile pro Secunde. Dieser Geschwindigkeit entspricht eine lebendige Kraft, welche ein Wärmeäquivalent von 6626 Wärmeeinheiten pro Kilogramm repräsentirt. Da das sinkende Massenkilogramm durchschnittlich vierzehn Wärmeeinheiten weniger zurückbringt, als das steigende ausführt, und die lebendige Kraft des

letzteren eine Wärmequantität repräsentirt, welche in dem hier angenommenen Falle als verschwindend klein vernachlässigt werden kann, so ergibt sich hieraus eine Wärmedifferenz von 6640 Wärmeeinheiten zwischen ersteren und letzteren. Wenn also die specifische Wärme der Sonnensubstanz in der Fläche F so gross wäre wie die des Wassers, so würde in dieser Fläche die Temperatur der sinkenden Massen durchschnittlich 6640 Grad weniger betragen als die der steigenden Massen (wenn vorausgesetzt wird, dass die wirklichen Geschwindigkeiten von den mittleren Geschwindigkeiten überall nur wenig verschieden sind).

Der ganze Inhalt der Fläche F ist ungefähr 46 000 mal so gross als eine Kreisfläche vom Durchmesser der Erde; folglich würde die Fläche f nach obiger Annahme etwas mehr als das Sechsfache einer solchen Kreisfläche betragen. Die hier in Bezug auf die Massencirculation probeweise gemachten Voraussetzungen würden also schon genügen, um eine dauernde Temperaturerniedrigung von mehreren tausend Graden zu erklären in einem Flächengebiete, welches die durchschnittliche Kernflächensumme aller gleichzeitig vorhandenen Sonnenflecken an Grösse übertrifft, obwohl für die sinkenden Massen oben eine Dichtigkeit angenommen wurde, welche von der wirklichen Dichtigkeit derselben höchst wahrscheinlich bei weitem nicht erreicht wird.

Der wirkliche Werth des Coëfficienten μ ist noch unbekannt, und für die Ermittelung der muthmasslichen Grösse derselben ergeben sich aus der obigen Untersuchung vorläufig noch keine Anhaltspunkte, insofern eine beträchtliche Temperaturdifferenz zwischen den aufsteigenden und den herabsinkenden Massen ebensowohl durch Annahme eines sehr kleinen, als durch die Annahme eines sehr grossen Werthes dieses Coëfficienten erklärt werden könnte. Wenn man mit Beibehaltung der sonstigen Voraussetzungen die obige Rechnung unter Zugrundelegung anderer Werthe von μ wiederholt, so findet man z. B., dass dem Werthe $\mu = 0,1$ kg eine Temperaturdifferenz von 140 000 Graden und dem Werthe $\mu = 10 000$ kg eine Temperaturdifferenz von 663 000 Graden entsprechen würde. Diese Beispiele zeigen zugleich,

dass bei entsprechender Wahl des Werthes von μ eine dauernde Temperaturerniedrigung von mehreren tausend Graden in dem Flächengebiete f ohne Schwierigkeiten auch dann noch erklärt werden könnte, wenn für das Verhältniss f/F ein beträchtlich grösserer Werth als der vorige angenommen würde.

In der oben gegebenen Definition wurde dem Coëfficien-ten μ die Bedeutung eines Mittelwerthes beigelegt. Die wirklich stattfindende Circulation ist höchst wahrscheinlich beträchtlichen Schwankungen unterworfen. Es ist recht wohl denkbar, dass in einem ausgedehnten Flächengebiete längere Zeit hindurch fast gar keine Circulation stattfindet, und dass in einem später folgenden Zeitraume die Circulation daselbst mit um so grösserer Intensität stattfindet. Das Minimum der Circulationsintensität wird mit lange andauernden labilen Gleichgewichtszuständen zusammentreffen, durch welche die Fleckenbildung vorbereitet wird. Während des hierauf folgenden — durch Flecken- und Fackelnbildung sich kundgebenden — Ausgleichungsprocesses kann im Gebiete desselben die Circulationsintensität die jenem Mittelwerthe entsprechende um eine beträchtliche Grösse überschreiten

§ 57. Grenzen der Strömungsgeschwindigkeiten.

Bei dem Versuche, die an der Sonnenoberfläche auftretenden Erscheinungen — insbesondere die Entstehung der Sonnenflecken — mittelst der Theorie gasförmiger Weltkörper zu erklären, erscheint es rathsam, der bisher befolgten Methode gemäss, zunächst die Frage zu erörtern: wie weit die Hypothese der unbeschränkten Gültigkeit des Mariotte'schen Gesetzes zur Erklärung der Erscheinungen ausreichen würde, und erst dann auf die Abweichungen von diesem Gesetze Rücksicht zu nehmen, wenn jene Hypothese als unzureichend sich erweisen wird.

Die Mittelpunktstemperatur einer im adiabatischen (oder indifferenten) Gleichgewichtszustande befindlichen Wasserstoffkugel von der Grösse und Masse der Sonne würde (nach § 14) etwa 31 Millionen Grad betragen, wenn der Wasserstoff die Eigenschaften eines idealen Gases besäße. Nach der Theorie des indifferenten Gleichgewichtes würde also die absolute

Temperatur eines von der Oberfläche bis zum Mittelpunkte herabsinkenden Massentheilchens von Null Grad bis auf 31 Millionen Grad zunehmen, und während das Massentheilchen von derjenigen Stelle, an welcher die absolute Temperatur hundert Grad beträgt, bis zum Mittelpunkte herabsinkt, wächst die absolute Temperatur desselben auf das 310 000fache des Anfangswertes.

Diese letztere Verhältnisszahl wird für die während des Herabsinkens eintretende Temperatursteigerung auch dann noch gültig bleiben, wenn dem Massentheilchen vor dem Herabsinken soviel Wärme entzogen wurde, dass die absolute Temperatur desselben bis auf die Hälfte (also bis auf 50 Grad) abnahm — vorausgesetzt, dass auf irgend eine Weise, z. B. durch eine für Wärme undurchdringliche Umhüllung, jede Wärmeaufnahme aus der wärmeren Umgebung verhindert wird. In diesem Falle wird die Temperatur des sinkenden Massentheilchens während des Sinkens stets halb so gross — die Dichtigkeit stets doppelt so gross — bleiben als die der Umgebung, und das sinkende Massentheilchen wird den Mittelpunkt mit einer Temperatur von 15,5 Millionen Grad erreichen. In Bezug auf die Zustandsänderung eines von der Oberflächenschicht bis zum Mittelpunkte herabsinkenden Massentheilchens ergibt sich hieraus der folgende Satz:

„Die Differenz zwischen der Temperatur des sinkenden Massentheilchens und der Temperatur seiner Umgebung ist während des Herabsinkens in beständigem Wachsen begriffen; das Verhältniss dieser beiden Temperaturen bleibt jedoch während des Herabsinkens constant.“

Das Sinken der durch Wärmeentziehung verdichteten Masse wird anfangs mit Beschleunigung erfolgen, insofern die Geschwindigkeit des Sinkens so lange zunehmen wird, bis der Widerstand, welchen das umgebende gasförmige Medium der sinkenden Masse entgegengesetzt, gleich dem Ueberschusse des Gewichts über den Auftrieb geworden ist. Die Geschwindigkeit des Sinkens wird also zunächst bis zu einem bestimmten Maximalwerthe zunehmen und später wieder abnehmen müssen, weil bei constant bleibender Geschwindigkeit der

Widerstand rascher zunehmen würde als die bewegende Kraft, wie aus der nachfolgenden Untersuchung sich ergeben wird.

Nach den Untersuchungen des Grafen Paolo di St. Robert¹⁾ kann für eine mit sehr grosser Geschwindigkeit sich bewegende kugelförmige Masse der Luftwiderstand, in Kilogrammen ausgedrückt, annäherungsweise berechnet werden mittelst der empirischen Formel:

$$(588) \quad W = \frac{\gamma r^3 \pi u^4}{16\,000\,000},$$

in welcher r den Halbmesser der Kugel, u die Geschwindigkeit derselben (beide in Metern ausgedrückt) und γ die in Kilogrammen ausgedrückte Dichtigkeit der Luft bedeutet. Indem man diesen Ausdruck dem Ueberschusse des Gewichts über den Antrieb gleich setzt, erhält man für diejenige Geschwindigkeit, bei welcher die Beschleunigung der sinkenden Masse gleich Null wird, die Gleichung:

$$(589) \quad N(\gamma_1 - \gamma) \frac{2}{3} r^3 \pi = \frac{\gamma r^3 \pi u^4}{16\,000\,000},$$

in welcher γ_1 die Dichtigkeit der sinkenden Masse und Ng die Gravitationsbeschleunigung am Orte derselben bedeutet. Wenn das während des Sinkens constant bleibende Dichtigkeitsverhältniss $\gamma_1/\gamma = \sigma$ gesetzt wird, so kann man der obigen Gleichung auch die folgende Form geben:

$$(590) \quad u = 68 \sqrt[4]{Nr(\sigma - 1)}.$$

Während des Sinkens ändert sich der Halbmesser r umgekehrt proportional der Grösse $\sqrt[3]{\gamma}$. Der unter dem Wurzelzeichen stehende Ausdruck ist also dem Quotienten $N/\sqrt[3]{\gamma}$ proportional, welcher an der Oberfläche gleich ∞ , im Mittelpunkte gleich Null wird und (nach der Tabelle des § 12) von der Oberfläche bis zum Mittelpunkte stetig abnimmt. Hieraus folgt, dass auch diejenige Geschwindigkeitsgrösse, welcher die Beschleunigung Null entsprechen würde, von der Oberfläche bis zum Mittelpunkte stetig abnimmt, und zwar von ∞ bis Null.

1) Schiapparelli: „Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen“. (Uebers. von G. von Boguslawski) p. 235.

Aus der obigen Gleichung würde man z. B. für $\sigma = 2$ und $r = 6370000$ m, indem man $N = 27,4$ setzt — entsprechend der Voraussetzung, dass die Stelle, an welcher die sinkende Masse ihr Geschwindigkeitsmaximum erreicht, in nicht sehr grosser Tiefe unter der Oberfläche liegt — den Werth: $u = 7820$ m erhalten. Dem Dichtigkeitsverhältniss $\sigma = 5$ würde unter gleichen Voraussetzungen der Werth: $u = 11600$ m entsprechen, und dem Dichtigkeitsverhältniss $\sigma = 1,25$ würde die Geschwindigkeit $u = 5530$ m entsprechen. Wenn man für den Halbmesser r die doppelte Grösse annähme, so würden die obigen Werthe von u mit der Zahl $\sqrt[4]{2} = 1,19$ zu multipliciren sein. Hiernach würde also die Maximalgeschwindigkeit einer sinkenden Masse, deren Durchmesser zur Zeit des Geschwindigkeitsmaximums mit dem Kerndurchmesser eines grossen Sonnenflecks ungefähr übereinstimmt, höchstens etwa ein bis zwei Meilen pro Secunde betragen können, wenn das Dichtigkeitsverhältniss σ zwischen den obigen Grenzen liegt.

Bei der obigen Untersuchung wurde angenommen, dass die sinkende Masse von einer für Wärme undurchdringlichen Hülle umgeben war, durch welche der Wärmeaustausch mit der Umgebung verhindert wurde. Wenn diese schützende Hülle fehlt, so wird allerdings die Bewegung und die Zustandsänderung der sinkenden Masse nach anderen Gesetzen erfolgen, eintheils weil dieselbe von den umgebenden wärmeren Massen beständig Wärme empfangen wird, anderentheils weil dieselbe auch einen Theil der durch Reibung erzeugten Wärme aufnehmen wird. Infolge der auf solche Weise allmählich sich vollziehenden Temperaturausgleichung wird die sinkende Bewegung in einer gewissen Tiefe ganz aufhören, und zwar in um so geringerer Tiefe, je kleiner das Anfangsvolumen der sinkenden Masse war. Im entgegengesetzten Falle jedoch, wenn die sinkende Masse sehr gross, und das Verhältniss ihrer Oberfläche zum Volumen sehr klein ist, wird man annehmen dürfen, dass bis zu grosser Tiefe hinab der Vorgang des Sinkens nahezu in derselben Weise stattfinden wird, wie wenn die oben vorausgesetzte schützende Hülle wirklich vorhanden wäre.

Die oben benutzte Widerstandsformel kann man auch auf die steigende Bewegung anwenden, welche von einer Masse ausgeführt wird, deren Temperatur höher ist als die der Umgebung. Auch bei der steigenden Bewegung wird das Temperaturverhältniss, so wie das Dichtigkeitsverhältniss, während der Bewegung constant bleiben. Indem man den Ueberschuss des Auftriebes über das Gewicht dem Widerstände gleich setzt, erhält man für diejenige Geschwindigkeitsgrösse, welcher die Beschleunigung Null entsprechen würde, die Gleichung:

$$(591) \quad u = 68 \sqrt[4]{Nr(1 - \sigma)}.$$

Da diese Grösse vom Mittelpunkte bis zur Oberfläche stetig zunimmt, so wird die Bewegung der aufsteigenden Masse überall eine beschleunigte sein. Die wirkliche Geschwindigkeit des Steigens wird daher stets kleiner sein als u , weil anderenfalls das Wachsen der Geschwindigkeit aufhören müsste. Für $\sigma = 0$ wird:

$$(592) \quad u = 68 \sqrt[4]{Nr},$$

und diese Grösse ist als ein oberer Grenzwerth zu betrachten, welcher von der wirklichen Geschwindigkeit des Steigens nie erreicht werden kann. Wenn man, wie oben, $N = 27,4$ und $r = 6\ 370\ 000$ m setzt, so erhält man wieder den Werth: $u = 7820$ m. Die wirkliche Geschwindigkeit einer steigenden kugelförmigen Masse vom Volumen der Erde wird daher stets kleiner als 7820 m sein, wenn die Masse in nicht sehr grosser Tiefe unter der Oberfläche sich befindet. In unmittelbarer Nähe der Oberfläche verlieren natürlich die obigen Gleichungen ihre Bedeutung, da nach den hier gemachten Voraussetzungen das Volumen der steigenden Masse an der Oberfläche selbst unendlich gross werden müsste.

Die hier in Bezug auf die sinkenden und steigenden Bewegungen isolirter kugelförmiger Massen gefundenen Resultate dürfen zwar keinesweges unmittelbar angewendet werden auf die Bestimmung der Geschwindigkeiten von Massen, welche in continuirlichen Strömen von denselben Durchmessern sich bewegen — um so weniger als jene Resultate aus einer empirischen Formel von zweifel-

haftem Werthe abgeleitet wurden. Doch bieten die obigen Geschwindigkeitszahlen wenigstens vorläufige Anhaltepunkte für die Schätzung dieser Strömungsgeschwindigkeiten, und die letzteren dürfen jedenfalls als Grössen von derselben Ordnung betrachtet werden.

§ 58. Hypothesen über die Constitution der Sonnenflecken.

Aus den Untersuchungen der letzteren beiden Paragraphen ergibt sich, dass zur Erklärung des Erscheinens der Flecken und Fackeln an der Sonnenoberfläche — soweit es sich nur um die Thatsache des Erscheinens handelt — die oben provisorisch aufgestellte Hypothese des idealen Gaszustandes schon ausreichen würde (vgl. § 46 u. § 47). Wenn von der Oberflächenschicht einer idealen Gaskugel fortwährend Wärme in den leeren Raum ausgestrahlt wird, und infolge dessen an vielen Stellen gleichzeitig kältere Massen von der Oberfläche in die Tiefe sinken, während zugleich an anderen Stellen heissere Massen aus dem Inneren zur Oberfläche emporsteigen, so müsste einem ausserhalb der Gaskugel befindlichen Beobachter die Oberfläche derselben mit dunklen und hellen Flecken besät erscheinen, deren Helligkeitsunterschied um so grösser sein wird, je grösser die (mit wachsender Tiefe zunehmende) Temperaturdifferenz zwischen den sinkenden und steigenden Massen in derjenigen Tiefe ist, bis zu welcher die directe Ausstrahlung sich erstreckt.

Zur Erklärung der Entstehung eines grösseren Sonnenflecks würde die Annahme genügen: dass in einer bestimmten Region der Sonnenoberfläche ein während vorausgegangenen labilen Gleichgewichtszustandes angesammelter, und nachher bei fortgesetzter Ausstrahlung theilweise sich erneuernder, grösserer Vorrath von abgekühlter verdichteter Substanz in Form eines continuirlichen Stromes herabstürzt, welcher in einer bestimmten Tiefe unter der Oberfläche das Maximum seiner Geschwindigkeit erreicht und nachher, mit abnehmender Geschwindigkeit seine Bewegung fortsetzend, infolge der allmäthlich sich vollziehenden Temperaturausgleichung in der Tiefe sich verliert. Wenn man beispielsweise annähme, dass die Dichtigkeit der sinkenden Masse fünfmal so gross ist

als die der Umgebung, so würde an der Stelle, wo die Temperatur der letzteren 30000 Grad beträgt, die Temperatur der sinkenden Masse nur 6000 Grad betragen, wodurch der Helligkeitsunterschied zwischen dem Fleck und seiner Umgebung in befriedigender Weise erklärt werden könnte.

Bei grösseren Sonnenflecken liegt die obere Begrenzungsfäche des Kernes um etwa 800 Meilen tiefer als die Oberfläche der Photosphäre. Wenn man also annimmt, dass diejenige Tiefe, in welcher die Strömungsgeschwindigkeit ihr Maximum erreicht, ungefähr übereinstimmt mit der — in § 56 auf etwa tausend Meilen geschätzten — Tiefe, bis zu welcher die directe Ausstrahlung sich erstreckt, so würde aus den Untersuchungen des vorigen Paragraphen annäherungsweise geschlossen werden dürfen, dass die Strömung im Kerne des Flecks eine Geschwindigkeit von etwa ein bis zwei Meilen pro Secunde erreichen kann. Dieser Geschwindigkeit entspricht eine lebendige Kraft, welche ein Wärmeäquivalent von 6600 bis 26400 Wärmeeinheiten pro Kilogramm repräsentirt. Unterhalb des Kernes wird die lebendige Kraft allmählich wieder in Wärme umgewandelt, und die Tiefe, in welcher diese Umwandlung zum Abschlusse gelangt, wird um so grösser sein, je grösser der sinkende Massencomplex und der Verdichtungsgrad desselben war.

Nach der hier aufgestellten Hypothese würden also die Kerne der Sonnenflecken als diejenigen Regionen zu deuten sein, in welchen von dem totalen Energieinhalt der Sonnensubstanz ein beträchtlicher Theil zeitweise die Form von lebendiger Kraft — anstatt von Wärme — angenommen hat, und die dunklen Poren der Photosphäre als kleinere Flecken, bei welchen infolge geringen Volumens und geringen Verdichtungsgrades der sinkenden Massen die sinkende Bewegung schon in geringer Tiefe zum Stillstande gelangt.

Zur Bildung eines grösseren Sonnenflecks ist nach obiger Hypothese erforderlich, einerseits: dass die verdichteten Substanzen zu einem grösseren Massencomplex vereinigt ihre sinkende Bewegung gemeinschaftlich ausführen; andererseits:

dass die Dichtigkeit der sinkenden Masse beträchtlich grösser ist als die der umgebenden Massen. Das Erfülltsein der letzteren Bedingung setzt voraus, dass die sinkende Masse während ihres Verweilens in der Oberflächenschicht einen grossen Entropieverlust erlitten hatte.

Eine aus dem Innern emporsteigende Masse wird infolge allmählicher Druckverminderung sich ausdehnen, und dabei wird die Temperatur derselben stetig abnehmen. Die Entropie wird jedoch constant bleiben, solange keine Wärmeabgabe nach aussen stattfindet, d. h. solange die aufsteigende Masse unterhalb der ausstrahlenden Oberflächenschicht sich befindet. Mit dem Eintritte in die Oberflächenschicht beginnt die Wärmeausstrahlung nach aussen, und gleichzeitig beginnt die Entropieabnahme. Der während des Verweilens in der Oberflächenschicht eintretende Entropieverlust wird kleiner oder grösser sein, je nachdem die Wärmeausstrahlung vorwiegend bei hoher oder bei niedriger Temperatur stattfindet. Die Produktion der zur Bildung eines grösseren Sonnenflecks erforderlichen grösseren Quantität von stark verdichteter Substanz kann bei verhältnissmässig geringer Intensität der Wärmeabgabe stattfinden, sobald die Wärme vorwiegend bei niedriger Temperatur abgegeben wird.

In § 56 wurde probeweise der Circulationscoefficient $\mu = 1000$ kg angenommen und gezeigt, dass bei dieser Circulationsintensität jedes aufsteigende Massenkilogramm während seines Verweilens in der Oberflächenschicht durchschnittlich vierzehn Wärmeeinheiten abgibt. Ein Massenkilogramm *A*, welches diese Wärmequantität abgab zu einer Zeit, als die ganze in demselben enthaltene Wärmequantität noch mehrere hunderttausend Wärmeeinheiten betrug, erleidet einen verschwindend kleinen Entropieverlust. Ein anderes Massenkilogramm *B*, welches dieselbe Wärmequantität abgab zu einer Zeit, als die totale in demselben enthaltene Wärmequantität nur noch wenig mehr als vierzehn Wärmeeinheiten betrug, erleidet einen sehr grossen Entropieverlust.

Von den aufsteigenden Massen werden einige nach dem Erreichen einer geringen Steighöhe, andere nach dem Erreichen einer grossen Steighöhe wieder umkehren und in

die Tiefe zurück sinken. Annäherungsweise werden hinsichtlich ihrer Zustandsänderung die ersten dem Typus *A* und die letzteren dem Typus *B* entsprechen. Die ersten geben Wärme bei hoher Temperatur ab, erleiden einen geringen Entropieverlust und bringen ihren Energieinhalt in Form von Wärme zurück; die letzteren geben Wärme auch bei niedriger Temperatur ab, erleiden einen grossen Entropieverlust, und während des Zurücksinkens wird ein beträchtlicher Theil ihres Energieinhaltes die Form von lebendiger Kraft annehmen. Das Material zu den Sonnenflecken wird daher vorwiegend von den zu grösserer Höhe emporsteigenden Massen geliefert, welche längere Zeit hindurch in den der Ausstrahlung am meisten exponirten Regionen niedriger Temperatur verweilen.

Die den Kern des Flecks umgebende „Penumbra“ würde man nach der hier aufgestellten Hypothese als Projection der nach oben trichterförmig sich erweiternden äusseren Begrenzungsfäche des herabstürzenden Stromes zu deuten haben, und die radialen Streifen der Penumbra als die an der Grenzfläche in den Trichter mit herabgerissenen Theile der umgebenden photosphärischen Masse. Die letztere bildet infolge der überall vorhandenen kleineren localen Circulationsströmungen ein Gemisch von wärmeren — im Aufsteigen begriffenen — und von kälteren — im Herabsinken begriffenen — Massen. Da nach dem Satze des vorigen Paragraphen die Temperaturdifferenz zwischen beiden und der dadurch bedingte Helligkeitscontrast stetig zunehmen muss, während dieselben, von dem herabstürzenden Strom erfasst, gemeinschaftlich ihre Bewegung in die Tiefe ausführen, so müssen die ersten als hellere, die letzteren als dunklere Streifen sich darstellen.

§ 59. Heliographische Verbreitung der Sonnenflecken.

In § 56 wurde die Zustandsänderung untersucht, welche eine ursprünglich im adiabatischen Gleichgewichtszustande befindliche Gaskugel erleidet, wenn die Oberflächenschicht derselben in einem bestimmten Zeitpunkte beginnt, Wärmestrahlen in den leeren Raum auszusenden. Als nächste

Wirkung der beginnenden Wärmeausstrahlung ergab sich eine Verdichtung der Oberflächenschicht und ein dadurch bedingtes Sinken der Oberfläche auf ein tiefer liegendes Niveau.

Wenn man sich die Oberfläche der Gaskugel in zwei Theile zerlegt denkt und annimmt, dass nur in dem einen Theile *A* eine Wärmeausstrahlung stattfindet, während in dem anderen Theile *B* die Wärmeausstrahlung auf irgend eine Weise — z. B. durch eine die ausgesendeten Wärmestrahlen auffangende und wieder zurückwerfende Schirmfläche — entweder verhindert, oder durch Zustrahlung compensirt wird, so ergibt sich aus der obigen Untersuchung, dass in diesem Falle nur die Oberfläche *A* auf ein tiefer liegendes Niveau sinken würde, während die Oberfläche *B* ihre ursprüngliche Höhenlage vorerst beibehalten wird. Da jedoch das permanente Fortbestehen einer solchen Niveaudifferenz mit den mechanischen Gleichgewichtsbedingungen unverträglich sein würde, so muss an der Oberfläche eine von *B* nach *A* gerichtete Strömung eintreten, und da die Ursache, welche jene Niveaudifferenz hervorbrachte, fortfährt zu wirken, so wird diese Strömung continuirlich sich fortsetzen. Das an der Oberfläche unaufhörlich stattfindende Abfließen von *B* nach *A* bedingt eine im Inneren stattfindende, von *A* nach *B* gerichtete Gegenströmung, welche in dem ersten Gebiete von der Oberfläche nach dem Mittelpunkte gerichtet, im letzteren vom Mittelpunkte nach der Oberfläche gerichtet ist.

Eine derartige Circulation wird in geringerem Maasse auch dann stattfinden müssen, wenn in dem Oberflächengebiete *B* die Ausstrahlung nur theilweise verhindert wird, oder wenn überhaupt durch irgend welche Ursachen eine permanente Ausstrahlungsdifferenz zwischen den beiden Flächengebieten bedingt wird. Eine solche Ausstrahlungsdifferenz darf an der Sonnenoberfläche als that'schlich vorhanden vorausgesetzt werden, insofern die im Raume des Sonnensystems befindlichen, vorwiegend in der Ebene des Aequators die Sonne umkreisenden Weltkörper in ihrer Gesammtheit eine Art von Schirm bilden, durch welchen in der

Aequatorialzone der Sonnenoberfläche die Wärmeausstrahlung partiell verhindert wird.

Die von dem Sonnenmittelpunkte an eine Planetenkugel gelegten Tangenten bilden in ihrer Gesamtheit eine Kegelfläche, durch welche aus der Sonnenoberfläche ein kreisförmiges Stück herausgeschnitten wird, dessen Flächeninhalt als Maass gelten kann für die durch Anwesenheit des Planeten bedingte Verminderung der Wärmeausstrahlung in der dem Planeten zugewandten Sonnenhemisphäre, und dessen Mittelpunkt die Stelle bildet, an welcher diese schützende Wirkung des Planeten das Maximum ihrer Intensität erreicht. Das Flächengebiet, welches an der Sonnenoberfläche durch die auf gleiche Weise zu bildenden Projectionen sämtlicher im Raume des Sonnensystems zerstreuten Weltkörper bedeckt wird, soll abkürzungsweise die „Schirmfläche“ genannt werden.

Wenn auch die Gesammtmasse der im Raume des Sonnensystems zerstreuten Materie klein ist im Verhältniss zur Sonnenmasse, so ist doch bei der als wahrscheinlich vorzusetzenden feinen Zertheilung derselben sehr wohl denkbar, dass ihre Gesammtprojection oder die Schirmfläche einen Werth erreicht, welcher gross genug ist, um eine merkbare Ausstrahlungsdifferenz zu erzeugen zwischen der am stärksten geschützten Aequatorialzone und den am wenigsten geschützten Polarregionen. Der Planet Jupiter liefert zu der Schirmfläche als Beitrag eine Kreisfläche von etwa zehn Meilen Radius. Wenn die Jupiterskugel zerlegt würde in Kugeln, deren Halbmesser den hundersten Theil vom Jupitershalsmesser betragen, so würde jener Beitrag auf das Hundertfache wachsen, also die Grösse einer Kreisfläche von hundert Meilen Radius erreichen.

Das Vorhandensein einer vorzugsweise die Aequatorialzone vor Ausstrahlung schützenden Schirmfläche bedingt eine im Inneren der Sonnenkugel stattfindende Circulationsströmung, welche in den beiden Polarsectoren von der Oberfläche nach dem Mittelpunkte, in der Aequatorialschicht vom Mittelpunkte nach der Oberfläche und an der Oberfläche selbst vom Aequator nach den Polen gerichtet ist. Da die

Entstehung eines Sonnenflecks nicht nur als ein Ausnahmefall zu betrachten ist, dessen Eintreten das Zusammentreffen von günstigen Umständen erfordert, sondern auch als ein Vorgang, dessen Vorbereitung und Vollendung eine gewisse Zeit in Anspruch nimmt, so würde bei genügender Intensität dieser Circulation weder in der Aequatorialzone, noch in den Polarregionen jemals ein Sonnenfleck erscheinen können.

In der Aequatorialzone würde kein Sonnenfleck erscheinen können, weil dort der ganze Massencomplex, in welchem der Entstehungsprocess stattfindet, noch vor Beendigung desselben an die Oberfläche emporstiegen und von dort weiter in der Richtung nach den Polen hin fortgetrieben sein würde. In den Polarregionen würde kein Sonnenfleck erscheinen können, weil dort der ganze Massencomplex, in welchem der Entstehungsprocess stattfindet, noch vor Beendigung desselben in die Tiefe gesunken und dem Auge des Beobachters entzogen sein würde.

Die Frage: ob die wirkliche Intensität dieser Circulation gross genug ist, um die Thatsache zu erklären, dass ausserhalb der zwischen dem 5. und dem 35. Breitengrade an beiden Seiten neben dem Aequator liegenden Zonen nur selten ein Sonnenfleck erscheint, entzieht sich vorläufig noch der Beantwortung. Aus den Untersuchungen über Meeresströmungen von Zöppritz¹⁾ scheint gefolgert werden zu dürfen, dass in einer flüssigen Kugel von der Grösse und Masse der Sonne eine einmal entstandene Strömung Millionen von Jahren hindurch fort dauern kann, nachdem die Ursachen, welche dieselbe erzeugten, aufgehört hatten zu wirken. Es ist daher möglich, dass die wirklich stattfindende Circulation in der Sonne eine grössere Intensität besitzt, als durch die gegenwärtig wirkenden Ursachen erkärt werden könnte, infolge der Nachwirkung aus einer früheren Periode, in welcher die Planeten vermöge ihres grösseren Volumens eine grössere Schirmfläche erzeugten.

1) Zöppritz, Wied. Ann. 8. p. 582. 1878.

§ 60. Rotationsgesetz der Sonnenflecken.

Die an der Oberfläche beständig stattfindende Wärmeabgabe nach aussen bedingt im Inneren der Sonnenmasse eine Circulation, welche höchst wahrscheinlich bis zu grosser Tiefe und vielleicht bis zum Mittelpunkte sich erstreckt. Infolge der Rotation des Sonnenkörpers werden die sinkenden und steigenden Massen von ihren ursprünglich radialen Bewegungsrichtungen abgelenkt. Jedes sinkende Massentheilchen erleidet zunächst eine Ablenkung nach Osten, und die dadurch entstehende horizontale Bewegungscomponente bedingt eine fernere Ablenkung längs des Meridians in der Richtung nach dem Aequator hin. Jedes aufsteigende Massentheilchen erleidet zunächst eine Ablenkung nach Westen, und die dadurch entstehende horizontale Bewegungscomponente bedingt eine fernere Ablenkung längs des Meridianen in der Richtung nach dem Pole hin. In der Tiefe wird daher eine grössere Rotationsgeschwindigkeit und ausserdem eine Tendenz zur Bewegung nach der Aequatorialebene hin vorhanden sein; an der Oberfläche dagegen eine geringere Rotationsgeschwindigkeit und ausserdem eine Tendenz zur Bewegung nach dem Pole hin. Die Rotation der Sonne beeinflusst also die innere Massenbewegung zum Theil im Sinne einer Verstärkung der Circulation, welche aus der Hypothese des vorigen Paragraphen gefolgert wurde.

Beim Eintritte in die Oberflächenschicht ertheilt jedes aufsteigende Massentheilchen der Oberflächenschicht einen Bewegungsimpuls in der Richtung nach Westen und zugleich einen Bewegungsimpuls in der Richtung nach dem Pole. Der von Zöllner¹⁾ auf andere Weise begründete Satz: „An der Sonnenoberfläche wehen überall östliche Winde“, würde daher aus der hier aufgestellten Hypothese ebenfalls erklärt werden können.

Die verzögernde Wirkung, welche die aufsteigenden Massen auf die Rotationsbewegung der Oberflächenschicht ausüben, muss da am grössten sein, wo die Intensität der

1) Zöllner, „Wissensch. Abhandl.“ 4. p. 138.

Circulation ein Maximum erreicht. Als Ursache der Circulation ist nach § 56 die Wärmeausstrahlung der Oberflächenschicht anzusehen, und nach der Hypothese des vorigen Paragraphen erreicht die Ausstrahlung ein Maximum an den Polen. Man darf daher annehmen, dass die Intensität der Circulation ebenfalls an den Polen ein Maximum erreicht, insofern die Steigerung der Ursache eine Steigerung der Wirkung bedingen muss. Da die Sonnenflecken der Oberflächenschicht selbst angehören, so folgt hieraus, dass die in der Nähe des Äquators erscheinenden Sonnenflecken eine grössere Rotationsgeschwindigkeit zeigen müssen als die in höheren Breiten erscheinenden Flecken.

Das wirkliche Rotationsgesetz der Sonnenflecken kann nach Faye¹⁾ dargestellt werden durch die Gleichung:

$$(593) \quad \omega = 857,6' - 157,3 \cdot \sin \varphi^2,$$

in welcher ω den täglich zurückgelegten Rotationswinkel, in Minuten ausgedrückt, und φ die heliographische Breite des Flecks bedeutet. Wenn also die Wirkung als proportional der Ursache vorausgesetzt werden darf, oder die Differenz der Rotationsgeschwindigkeiten als proportional der Ausstrahlungsdifferenz, so würde zur Erklärung des obigen Rotationsgesetzes die Annahme erforderlich sein: dass die Ausstrahlungsdifferenz proportional der Grösse: $\sin \varphi^2$ sich ändert — eine Annahme, welche den Gesetzen der Wärmeausstrahlung anscheinend nicht widersprechen würde. Auf diese Art würde mittelst einer und derselben Hypothese sowohl das Vertheilungsgesetz als auch das Rotationsgesetz der Sonnenflecken erklärt werden können, und dieser Umstand darf der obigen Hypothese günstig gedeutet werden, auf deren strengere Begründung allerdings vorläufig noch verzichtet werden muss.

1) Faye, Newcomb: Populäre Astronomie. (Uebers. von Engelmann) p. 304.

IX. Einige Experimente über den Stoss von Cylindern; von Ludwig Boltzmann in Graz.

(Aus dem 84. Bd. d. Sitzungsber. d. k. Acad. d. Wiss. zu Wien. II. Abth. Dec.-Heft., vom 15. Dec. 1881; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Nach einer bekannten Theorie von Cauchy und St. Venant¹⁾ ist der Erfolg des Stosses zweier Prismen, selbst bei Voraussetzung vollkommener Elasticität derselben, nicht blos von den Massen der Prismen, sondern auch von der Länge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Longitudinalwellen in denselben abhängig, da durch den Stoss in beiden Prismen zunächst eine Longitudinalwelle entsteht, und von der Zeit der Rückkehr der an den freien Prismenenden reflectirten Longitudinalwellen zur Stossstelle der Erfolg des Stosses abhängt.

Um diese Theorie experimentell zu bestätigen, liess ich zunächst vier Glasstäbe von gleicher Masse, aber verschiedener Länge und verschiedenen Querschnitten anfertigen. Da die Versuche nur vorläufige, ohne besondere Sorgfalt ausgeführte waren, so kann ein definitives Urtheil über die Resultate derselben noch nicht abgegeben werden; doch schienen sich die verschieden langen Stäbe bei gleicher Masse nahezu gleich zu verhalten. Ich vermuthe, dass dies daher kommt, dass der Stoss nur an einem Punkte geschieht, dass daher bei gleich langen ebenso wenig als bei ungleich langen Stäben die reflectirten Wellen sich wieder am Ausgangspunkte concentriren. Hiernach würde also der bedeutende Verlust von lebendiger Kraft beim Stosse nicht blos der elastischen Nachwirkung zuzuschreiben sein, sondern auch der ungleichzeitigen Rückkehr der beiden reflectirten Wellen zur Stossstelle selbst bei gleich langen, doch niemals absolut gleich beschaffenen Stäben, welche bewirkt, dass immer ein Theil der lebendigen Kraft in Form von Schwingungen in den Stäben zurückbleibt. Dass auch die

1) Cauchy und St. Venant, Soc. phil. 1826. p. 180. Compt. rend. 63. p. 1108. 1866. 64. p. 1009, 1192. 1867. 66. p. 650, 877. 1868. Liouv. Journ. (2) 12. p. 237. 1867.

Bedingung des centralen (oder vielmehr absolut coaxialen) Stosses niemals vollkommen erfüllt werden konnte, folgt schon aus dem Umstände, dass bei jedem Stosse der Transversalton der Stäbe stark erklang.

Um den Bedingungen der Theorie möglichst gerecht zu werden, liess ich vier Stäbe aus weichem, grauem Kautschuk *A*, *A'*, *B*, *B'* verfertigen, welche die Gestalt von Kreis-cylindern hatten. Jeder Stab war an einem Ende mit einer an der Verbindungsstelle rauhen, an der anderen Seite sehr flach abgerundeten Beinplatte von gleichem Querschnitt und etwa $1\frac{3}{4}$ mm Dicke versehen, mit welcher er schon beim Pressen möglichst gut verbunden worden war. Je zwei Stäbe stiessen jedesmal mit den Beinplatten aneinander. Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen im Beine sehr viel grösser als im Kautschuk ist, so wurde dadurch bewirkt, dass während des Stosses immer die gesammte Endfläche des gestossenen Stabes drückend wirkte, obwohl sich nur die beiden Beinplatten in einem Punkte berührten. Ich beabsichtigte, die Stäbe alle gleich schwer zu machen und deren Durchmesser so zu reguliren, dass zwei derselben doppelt so lang als die beiden übrigen wurden. Leider gelang es dem Fabrikanten nur sehr unvollkommen, diesen Bedingungen gerecht zu werden; die kürzeren Stäbe mussten nachher, so gut es ging, noch weiter abgeschnitten werden, um wenigstens angenähert dasselbe Gewicht wie die längeren zu haben; trotzdem war auch diese Bedingung nicht vollkommen erfüllt. Es sind daher auch diese Versuche blos als Vorversuche zu betrachten, und wenn ich sie trotzdem publicire, so geschieht es blos deshalb, weil sich aus denselben bereits mit voller Sicherheit das Resultat ergab, dass ein Unterschied zwischen dem Stosse zweier gleich langer Stäbe im Sinne der St. Venant'schen Theorie ganz zweifellos besteht, dass er aber bei weitem nicht so gross wie der von jener Theorie geforderte ist.

Um einen möglichst coaxialen Stoss zu erzielen, waren auf jeden Stab zwei kleine Messinghähkchen an solcher Stelle aufgekittet, dass die Verbiegung des hängenden Stabes ein Minimum war. Jedes Hähkchen hing an zwei Coconfäden,

deren Ebene senkrecht zur Stabaxe war. Das nicht am Häkchen befestigte Ende jedes Coconfadens konnte mit Mikrometerschrauben gehoben und gesenkt und außerdem parallel der Stabaxe verschoben werden. Dadurch konnten die Stäbe coaxial und so gestellt werden, dass sie sich in der Ruhelage gerade berührten. Mittelst eines horizontalen Coconfadens wurde nur einer der Stäbe um ein genau gemessenes Stück aus seiner Ruhelage entfernt (dieses Stück soll die Hubhöhe heissen und mit H bezeichnet werden). Dann wurde der horizontale Coconfaden durch Grösserdrehen einer kleinen, langgestreckten Gasflamme abgebrannt und so der Stoss eingeleitet. Es wurde immer nur die Grösse (der Ausschlag S) beobachtet, um welche der zweite Stab nach dem Stosse sich von seiner Ruhelage entfernte. Trotz der bedeutenden Länge der Aufhängefäden geschah die Umkehr doch sehr rasch, und musste immer die Stelle, wo sie zu erwarten war, schon früher fixirt werden. Die Ablesung der Umkehrpunkte geschah durch Beobachtung des Schattens der Aufhängefäden auf einer Millimeterscala.

Die Dimensionen waren folgende: Länge der Stäbe A, A' , B, B' ohne Beinplatten: 100, 104, 230, 228 mm, Dicke der kurzen Stäbe etwa 17, der langen etwa 11 mm, Gewichte der Stäbe sammt Aufhängehaken und Beinplatten: 23,816, 23,790, 23,904, 23,802 g, Länge der Aufhängefäden etwa 152 cm. Die Resultate der Beobachtungen, welche durch Hrn. Hammer, gegenwärtig Professor am Gymnasium zu Villach ausgeführt wurden, sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

1) $H = 100$.

S	Stäbe gleich lang			Stäbe ungleich				
	$A' a. A$	$B a. B'$	$B' a. B$	$A a. B$	$B a. A$	$B a. A'$	$A' a. B'$	$B' a. A'$
S	83	83,5	84	79	79,5	79	79	79
	83	83,5	83,5	79,5	79,5	79	79	79
	83	83,5	83,7	79,5	79,5	79	79	79
P	17	16,5	16,3	20,7	20,5	21	21	21

2) $H = 50$.

	Stäbe gleich		Stäbe ungleich			
	B auf B'	B' auf B	A auf B	B auf A	B' auf A'	A' auf B'
S	42	42	40	40	40	40
	42	42	40,5	40	40	40
	42	42	40,5	40	40	40
P	16	16	19,4	20	20	20

3) $H = 30$.

	Stäbe gleich	Stäbe ungleich
	A' auf A	B auf A'
S	26	24
	26	24
	25,5	24,5
P	13,9	19,4

Jede Beobachtung wurde dreimal gemacht, worauf sich die drei in den Tabellen enthaltenen Werthe des Ausschlages S des gestossenen Stabes beziehen. Je drei zusammengehörige Werthe S stimmen immer sehr gut, was aber erst erreicht wurde, als die Stäbe mit der minutiosesten Genauigkeit coaxial gestellt und dafür gesorgt war, dass sie sich in der Ruhelage wirklich genau berührten. Die unter P angegebenen Zahlen sind die Differenzen zwischen dem mittleren Ausschlag und der Hubhöhe, in Procenten der letzten ausgedrückt.

Es ist also $[P = (H - S)/H] \cdot 100$. Die Geschwindigkeiten des stossenden Stabes vor, und des gestossenen nach dem Stosse können mit genügender Annäherung proportional H und S gesetzt werden. Aus den Tabellen ist sofort ersichtlich, dass jedesmal, wenn die stossenden Stäbe ungleich lang waren, auf den gestossenen bedeutend weniger Geschwindigkeiten übertragen wurde, als wenn sie gleich lang waren; doch ist der Unterschied viel geringer, als er nach St. Venant's Theorie sein sollte. Dagegen stimmen alle unter den verschiedensten Umständen angestellten Versuche, bei denen beide Stäbe gleich lang waren, sehr nahe überein; ebenso

alle, bei denen die Stäbe ungleich lang waren. Es scheint wohl, als ob, in Procenten der Stossgeschwindigkeit ausgedrückt, auf den gestossenen Stab um so mehr Geschwindigkeit übertragen werde, je geringer die Hubhöhe ist; doch ist der Unterschied so klein, dass er vielleicht auf Beobachtungsfehlern beruht, die natürlich gerade bei den kleinsten Hubhöhen am grössten sind.

X. Ueber die Ersetzung der Salpetersäure in galvanischen Elementen durch Wasserstoffsperoxyd;
von Arthur König.

(Aus den Verhandl. der physik. Ges. in Berlin 1882. Nr. 3,
mitgetheilt vom Herrn Verfasser.)

Bei Gelegenheit einer Mittheilung¹⁾ über eine neue Methode zur Darstellung von Sauerstoff für Laboratoriumszwecke machte Hr. Landolt den Vorschlag, in den Grove'schen und Bunsen'schen Elementen die Salpetersäure durch eine Lösung von Wasserstoffsperoxyd in Wasser, wie sie seit einiger Zeit technisch dargestellt wird und in den Handel gelangt, zu ersetzen. Es kommt durch eine solche Änderung in der Zusammensetzung die ätzende Wirkung, welche diese Elemente sowohl auf die Respirationsorgane des Beobachters wie auch auf die Metalltheile der Apparate ausüben, in Wegfall.

Die electromotorische Kraft derartig veränderter Elemente, welche ich im Folgenden als Grove-Landolt'sche und Bunsen-Landolt'sche Elemente bezeichnen werde, habe ich einer Prüfung unterzogen und nachstehende Resultate erhalten. Es sei bemerkt, dass die benutzte Lösung von Wasserstoffsperoxyd nach einer Analyse, welche Hr. Landolt ausführen zu lassen zu Güte hatte, 2,25% Wasserstoffsperoxyd enthielt.

Die Messung der electromotorischen Kraft wurde mit

1) In der Sitzung der physikal. Ges. in Berlin am 2. Dec. 1881.

der von Hrn. E. Du Bois-Reymond vorgeschlagenen¹⁾ und nach ihm benannten Compensationsmethode vorgenommen. Als Maasseinheit diente ein Daniell'sches Element, in welchem das Zink in concentrirte Zinksulfatlösung tauchte; und eben solche Elemente wurden auch zur Compensation benutzt. Ein Grove (Salpetersäure vom spec. Gewicht 1,33 und verdünnte Schwefelsäure mit 10% Gehalt an H_2SO_4) ergab unmittelbar nach dem Zusammensetzen eine electromotorische Kraft von 1,74 D.; nachdem das Element 20 Minuten lang ungeschlossen gestanden hatte, war dieselbe auf 1,72 D. und später nach 50 Minuten langem Schlusse der Säule ohne weiteren Widerstand in sich selbst auf 1,65 D. gesunken. Unter gleichen Umständen ergab ein Grove-Landolt die Werthe 1,43 D., 1,38 D., 1,21 D.; Die Lösung von Wasserstoffsuperoxyd zeigte nachher noch einen Gehalt von 2,16% H_2O_2 . Wurde die Wasserstoffsuperoxydlösung mit $1/10$ ihres Volumens H_2SO_4 gemischt, so verminderte sich die anfängliche electromotorische Kraft auf 1,33 D., während sie bei der Ersetzung der verdünnten Schwefelsäure, in welche das Zink eintaucht, durch concentrirte Chlornatriumlösung auf 1,53 D. stieg.

Ein Bunsen'sches Element, bei dem Flüssigkeiten von gleicher Zusammensetzung wie bei dem Grove'schen Elemente benutzt wurden, hatte unter denselben Umständen die electromotorischen Kräfte 1,67 D., 1,64 D., 1,50 D. und, nachdem es dann 24 Stunden lang ungeschlossen gestanden, noch 1,43 D. — Ein Bunsen-Landolt lieferte bei gleicher Behandlung die Werthe 1,41 D., 1,40 D., 0,98 D. und 1,32 D. Nachher betrug der Gehalt der Lösung an Wasserstoffsuperoxyd nur noch 1,26%. Die grosse Verminderung der electromotorischen Kraft nach dem 50 Minuten langen Schluss des Elementes ist hier um so bemerkenswerther, als sie bei dem Grove-Landolt'schen Elemente bei weitem nicht in gleicher Stärke auftrat. Dieselbe bedeutende Verminderung der electromotorischen Kraft nach langem Schluss zeigte sich aber auch bei einem Bunsen-Landolt'schen Elemente, in

1) Du Bois-Reymond, Abhandl. d. Berl. Acad. d. Wiss. 1862.

dem die Wasserstoffsuperoxydlösung mit $1/10$ ihres Volumens Schwefelsäure gemischt war. Unmittelbar nach dem Zusammensetzen war ein solches Element etwas schwächer als dasjenige, bei dem eine Ansäuerung der Wasserstoffsuperoxydlösung nicht stattgefunden hatte. Auffallend war bei dieser Art der Zusammensetzung, dass die Lösung, nachdem das Element 24 Stunden lang ohne Schliessung gestanden hatte, nur noch einen Gehalt von $0,70\%$ H_2O_2 zeigte.

Ueber die Widerstandsverhältnisse bemerke ich noch, dass die Landolt'schen Elemente ohne Ansäuerung den vier- bis fünffachen Widerstand zeigten wie Grove'sche und Bunsen'sche Elemente von gleicher äusserer Form. Durch Ansäuerung ist es zwar leicht, diesen Widerstand beträchtlich zu vermindern, aber dann tritt, wie oben erwähnt, der Uebelstand ein, dass die theure Wasserstoffsuperoxydlösung (vier Mark pro Kilogramm) viel schneller ihren ohnehin sehr geringen Gehalt an H_2O_2 verliert.

So lange demnach die in den Handel kommende Lösung von Wasserstoffsuperoxyd nicht beträchtlich gehaltreicher und billiger wird, dürfte der Vorschlag des Hrn. Landolt nicht zur praktischen Ausführung zu empfehlen sein.

Berlin, Landw. Hochschule, Februar 1882.

XI. Ueber eine Eigenschaft des Absorptionscoëfficienten; von Eilhard Wiedemann.

Hr. Bunsen stellt den Absorptionscoëfficienten α bei einer Temperatur t dar durch die Formel:

$$\alpha = a - bt + ct^2$$

wo a und b = Constante sind.

Statt dessen kann man auch schreiben:

$$\alpha = a \left\{ 1 - \frac{b}{a} t + \frac{c}{a} t^2 \right\}.$$

In der folgenden Tabelle habe ich mit den Werthen a , $b \cdot 10^6$, $c \cdot 10^7$ die Werthe b/a und c/a für eine Reihe von Gasen und Wasser zusammengestellt.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$\frac{b}{a}$	$\frac{c}{a}$
Wasserstoff . . .	0,0193	0	0	0	0
Stickstoff . . .	0,0208	539	112	0,026 48	0,000 548
Luft	0,0247	654	135	0,026 487	0,000 548
Diäthyl	0,0315	1045	251	0,033 198	0,000 796
Kohlenoxyd . . .	0,0329	816	164	0,024 3	0,000 499
Sauerstoff . . .	0,0412	1089	226	0,026 48	0,000 548
Sumpfgas	0,0545	1180	103	0,021 66	0,000 188
Dimethyl	0,0871	3324	603	0,038 16	0,000 692
Aethylwasserstoff .	0,0946	3532	628	0,037 35	0,000 663
Aethylen	0,2563	9136	1881	0,035 64	0,000 654
Propylen	0,4465	22075	5388	0,049 43	0,001 206
Stückoxydul . . .	1,3052	45362	6483	0,034 75	0,000 496
Kohlensäure . . .	1,7967	77610	16424	0,043 20	0,000 914
Schwefelwasserstoff	4,3706	88687	5213	0,019 14	0,000 119
Schweflige Säure .	79,789	2607700	298490	0,032 68	0,000 367
Chlor	3,0861	46196	1107	—	—

Ich mache darauf aufmerksam, dass die Werthe von b/a hiernach nur von 0,02 bis 0,05 schwanken, während a selbst von 0,02 bis 79,789, also auf das 4000fache steigt. Die Werthe b/a geben aber an, ein wie grosser Bruchtheil des bei 0° absorbirten Gases bei einer Temperaturerhöhung um 1° entweicht, und aus obigem folgt, dass derselbe für alle Gase innerhalb ziemlich enger Grenzen variiert.

Um diesen Satz weiter zu prüfen, müssten für grössere Temperaturintervalle Versuche angestellt werden.

Eine Vergleichung der Absorptionen in Alkohol ergab ähnliche Resultate.

Leipzig, Juli 1882.

XII. Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften bei den Arabern VII; von Eilhard Wiedemann.

Unter dem Namen Ibn al-Haitam sind bei den Arabern zwei Naturforscher bekannt. Dies hat viele Verwechslungen veranlasst, die ihren Ausdruck in folgendem Satz der Geschichte der Physik von Heller p. 168 finden:

„Al Hazen oder Abû Alî Al Hazen ben Al Hazen lebte um das Jahr 1100 in Spanien, nach anderen wäre er schon 1038 gestorben.“

Hierzu erlaube ich mir Folgendes zu bemerken. Der Mathematiker und Verfasser der bekannten Optik hiess Abû Alî Muhammed ben el Hasan ibn el Haitam el Basri. Er lebte lange Zeit in Aegypten und starb dort 1038.

Der Mediciner Abd el Rahman ben Ishak ben el Haitam war Arzt in Cordova und lebte wahrscheinlich in der zweiten Hälfte des 5. Jahrhunderts der Hegira.

**XIII. Nachtrag zu der Abhandlung:
Ueber die Diffusion der Gase; von K. Waitz.**

In dem Januarheft d. J. der Sitzungsberichte der Wiener Academie findet sich eine Abhandlung des Hrn. von Obermayer „Versuche über Diffusion von Gasen“ nach welcher der Diffusionscoëfficient mit wachsender Zeit bis zu einem Grenzwert zunehmen soll. Dagegen wird in vorstehendem Aufsatz gesagt, dass dieser Coëfficient in jedem Querschnitte des Gefässes bis zu einem Grenzwerte abnähme. Diese sich scheinbar widersprechenden Behauptungen vertragen sich ganz gut miteinander. Die Aussage des Hrn. von Obermayer bezieht sich auf den mittleren Diffusionscoëfficienten der ganzen diffundirenden Gasmasse, während im Obigen von den Coëfficienten für die einzelnen Schichten im Diffusionsgefäß die Rede ist, deren Grenzwerte aber mit der Tiefe im Gefäß wachsen. Im Anfang des Versuchs haben die tiefer liegenden Gasschichten noch nicht oder nur kurze Zeit an der Diffusion theilgenommen, deshalb wird der Einfluss der oberen Schichten mit den kleineren Diffusionscoëfficienten bei Berechnung des mittleren Coëfficienten überwiegen, und dieser mittlere Werth mit der Zeit bis zu einem Grenzwert wachsen müssen. Berechnet man nach Gleichung (10) (analog wie oben) mit den für 760 mm Druck und 0° C. angenom-

menen Werthen von k_0 und a den mittleren Diffusions-coëfficienten, wenn die Diffusion schon längere Zeit gedauert hat, für ein Gefäss von 65 cm Tiefe, wie es Hr. von Obermayer anwandte, so ergibt sich derselbe $k_m = 0,13602 \frac{\text{cm}^2}{\text{Secunde}}$ während Hr. von Obermayer aus seinen Versuchen nach $2\frac{1}{2}$ - oder 3 stündiger Diffusionszeit für Luft-Kohlensäure fand: $k = 0,048804 \frac{\text{Meter}^2}{\text{Stunde}}$ d. h.: $k = 0,13557 \frac{\text{cm}^2}{\text{Secunde}}$.

XIV. Berichtigung; von F. Kohlrausch.

In seiner „Entgegnung auf die Abhandlung des Hrn. V. v. Lang u. s. w.“¹⁾ schreibt Hr. Pulfrich: „Wenn Hr. Fr. Kohlrausch die Meinung äussert, das Totalreflektometer möchte auch für undurchsichtige Medien zum Ziele führen, später indess die Frage aufwirft, ob sich überhaupt bei absorbirenden Medien von Totalreflexion noch sprechen lasse, so hat Ketteler auch in diese Dinge Klarheit gebracht.“

Diese beiden widersprechenden Aeusserungen habe ich nicht gethan, sondern nur erstens gesagt²⁾: „Es kommt der Vortheil der Wollaston'schen Methode wieder zur Geltung, dass auch undurchsichtige Substanzen untersucht werden können“, und später³⁾ bei Gelegenheit einiger Bestimmungen an undurchsichtigen Körpern: „Es fiel auf, dass das tief-schwarze Glas trotz sehr guter Politur eine weniger scharfe Grenze lieferte. Wie weit die Undurchsichtigkeit mit der totalen Reflexion verträglich ist, verdient offenbar eine besondere Untersuchung.“

Die letztere Bemerkung hat dann allerdings Hrn. Ketteler, wie derselbe sagt, zu seiner Behandlung der Totalreflexion an der Grenze absorbirender Mittel veranlasst.⁴⁾

1) V. v. Lang, Wied. Ann. 16. p. 337. 1882.

2) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 4. p. 3. 1878.

3) I. e. p. 27.

4) Ketteler, Carl's Rep. 16. p. 264. 1880.